

Lösungsfindeverfahren (Heuristiken)

Zweck der Lektion ist, das *Lösen von Problemen* einzuüben. Anders als bei Aufgaben, die durch Anwendung bekannter Regeln zu lösen sind, gibt es bei Problemen Hindernisse auf dem Weg zur Lösung. Wir brauchen Methoden zur Gewinnung neuer Erkenntnisse. Diese nennt man- nach dem griechischen Wort für „finden“- Heuristiken.

Für diese Lektion wählen Sie in Acrobat Reader am besten die *Ganzseitenansicht* und schalten die Seiten mit den Bildwechseltasten weiter. So erhalten Sie den Effekt einer Diaschau.

Sieben grundlegende Heuristiken

Neues finden heißt, die richtigen Fragen stellen.

Analogie: Habe ich etwas Ähnliches schon einmal gesehen? Kenne ich ein verwandtes Problem?

Generalisierung: Bringt mich der Übergang von einem Objekt zu einer ganzen Klasse von Objekten weiter?

Spezialisierung: Komme ich weiter, wenn ich zunächst einmal einen leicht zugänglichen Spezialfall löse?

Variation: Kann ich durch die Veränderung der Problemstellung der Lösung näher kommen? Kann man das Problem anders ausdrücken?

Rückwärtssuche: Hilft es, wenn ich beim gewünschten Resultat anfangen? Welche Operationen können mich zu diesem Ergebnis führen?

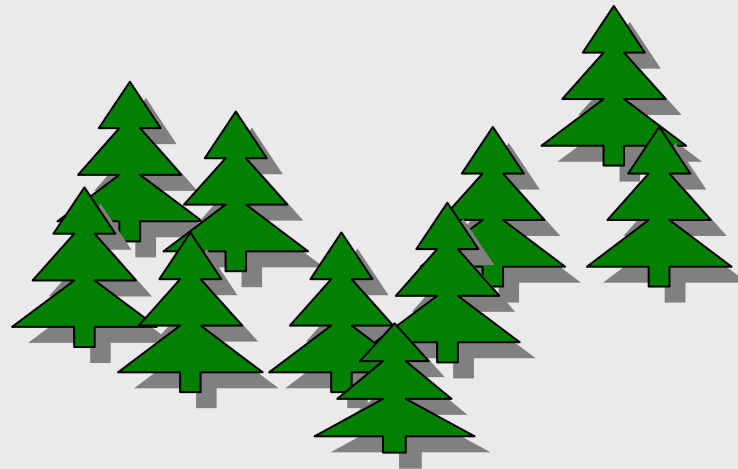
Teile und herrsche: Lässt sich das Problem in leichter lösbare Teilprobleme zerlegen?

Vollständige Enumeration: Kann ich mir Lösungen verschaffen, die wenigstens einen Teil der Zielbedingungen erfüllen? Kann ich mir sämtliche Lösungen verschaffen, die diese Bedingungen erfüllen?

Baumreihen

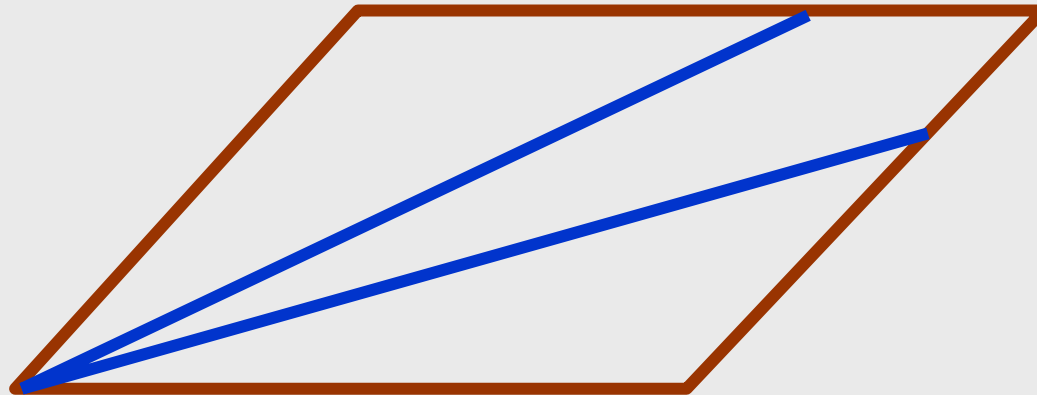
Es sind 10 Bäume in 5 geraden Reihen mit jeweils 4 Bäumen anzupflanzen.

Wenden Sie hier - wie auch bei den folgenden Problemen - die „Basisheuristik“ an: Kann ich in der Liste der Heuristiken eine finden, die mir weiterhilft?



Parallelogramm

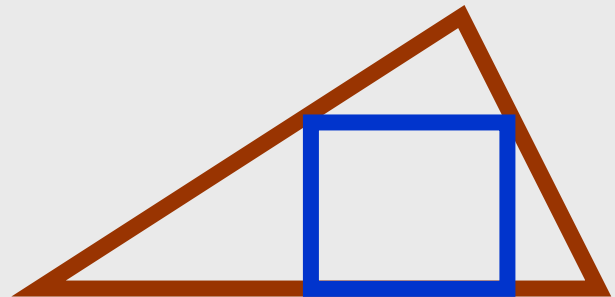
Ein Parallelogramm ist durch zwei Geraden, die von einer Ecke ausgehen, in drei flächengleiche Stücke zu teilen - etwa so:



Gesucht ist die Konstruktion mit Zirkel und Lineal.

Quadrat

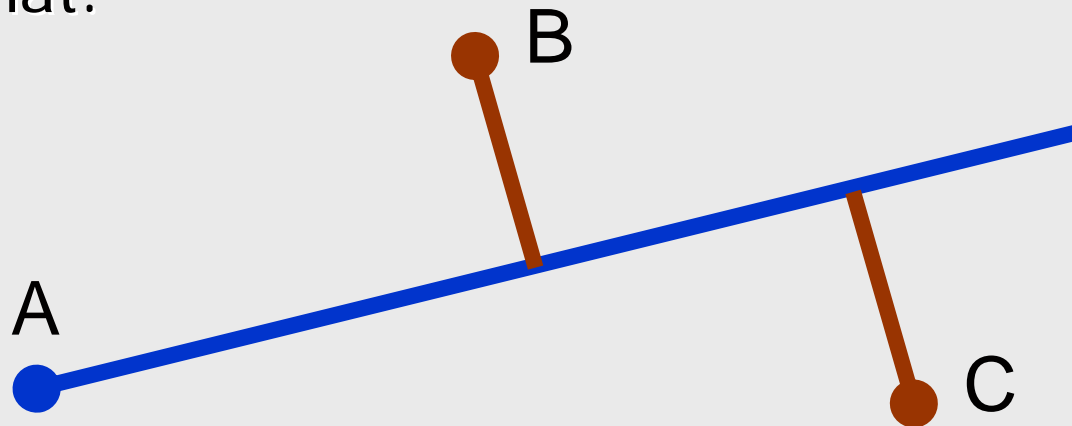
In ein gegebenes Dreieck ist ein Quadrat einzubeschreiben. Zwei Ecken des Quadrats sollen auf der Grundlinie des Dreiecks, die beiden anderen je auf einer der beiden anderen Seiten des Dreiecks liegen.



Gesucht ist die Konstruktion mit Zirkel und Lineal.

Gerade

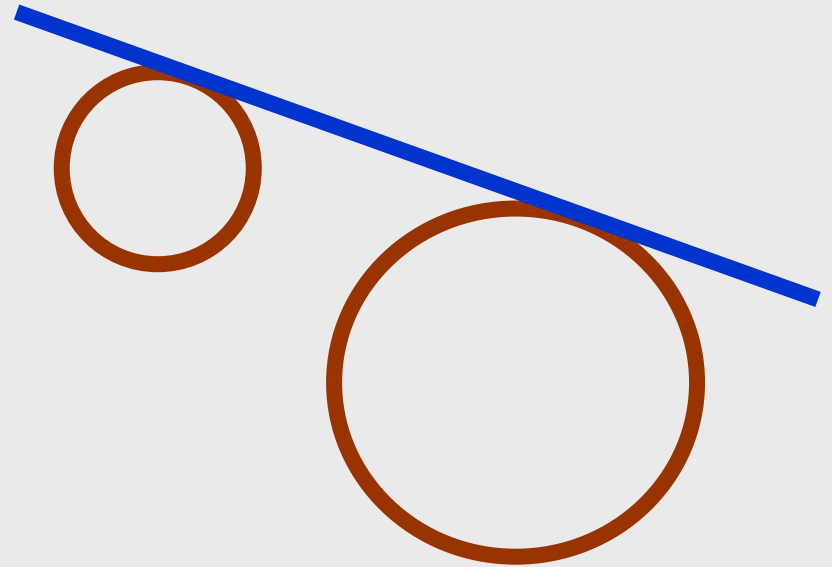
Gegeben sind die drei Punkte A, B und C. Ziehen Sie eine Gerade durch A, die von B und C gleichen Abstand hat.



Gesucht ist die Konstruktion mit Zirkel und Lineal.

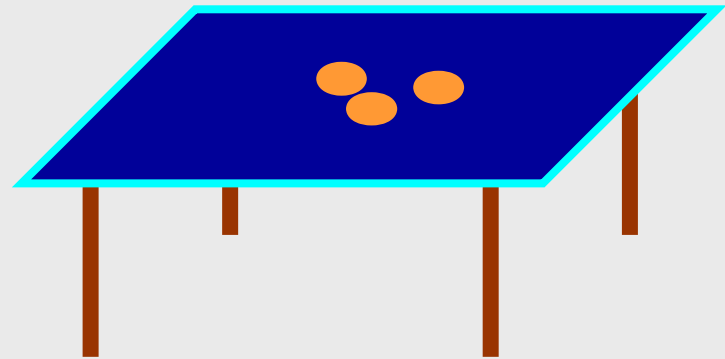
Tangente

Es ist eine
gemeinsame Tangente
an zwei Kreise zu
ziehen. Als Hilfsmittel
für die Konstruktion
sind nur Zirkel und
Lineal erlaubt.



Münzen

Zwei Spieler sitzen an einem rechteckigen Tisch und erhalten eine unerschöpfliche Münzquelle. Die Spieler legen abwechselnd je eine Münze auf den Tisch. Die Münzen müssen flach auf dem Tisch aufliegen. Wer die letzte Münze auf den Tisch legt, der gewinnt. Wer ist der Gewinner, vorausgesetzt beide Spieler spielen bestmöglich? Wie sieht seine Strategie aus?



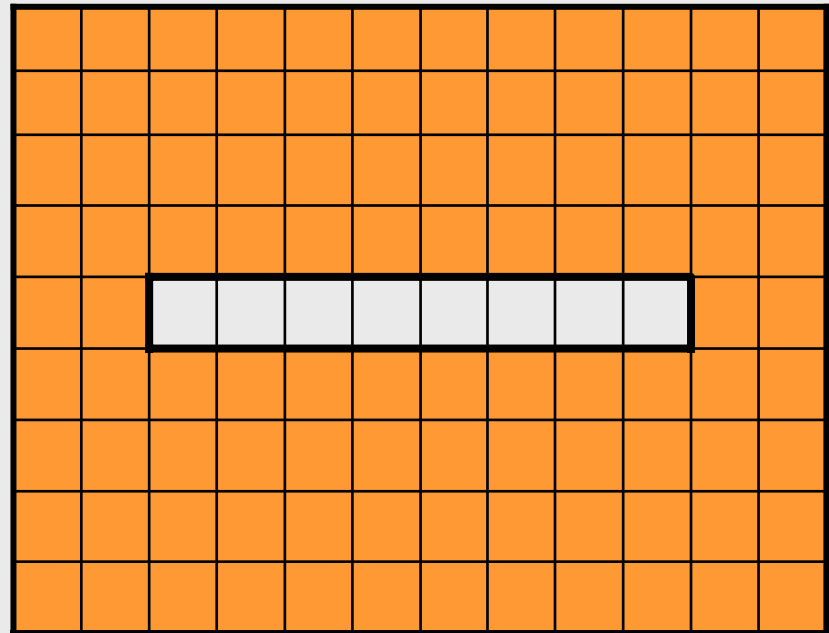
WELT AM SONNTAG

W	E	L	T	A	M	S
E	L	T	A	M	S	O
L	T	A	M	S	O	N
T	A	M	S	O	N	N
A	M	S	O	N	N	T
M	S	O	N	N	T	A
S	O	N	N	T	A	G

In dieser Tabelle können Sie „WELTAMSONNTAG“ lesen. Die Frage ist, wie oft? Sie dürfen nach rechts und nach unten lesen. Überspringen von Buchstaben ist nicht erlaubt.

Flickendecke

Die gezeigte Flickendecke bestand ursprünglich aus 108 quadratischen Flicken. In der Mitte wurden 8 Flicken herausgeschnitten. Lässt sich diese Decke entlang der Nähte so in zwei Teile zerteilen, dass diese zu einer quadratischen Decke zusammengesetzt werden können?
Wie?



Wasser holen

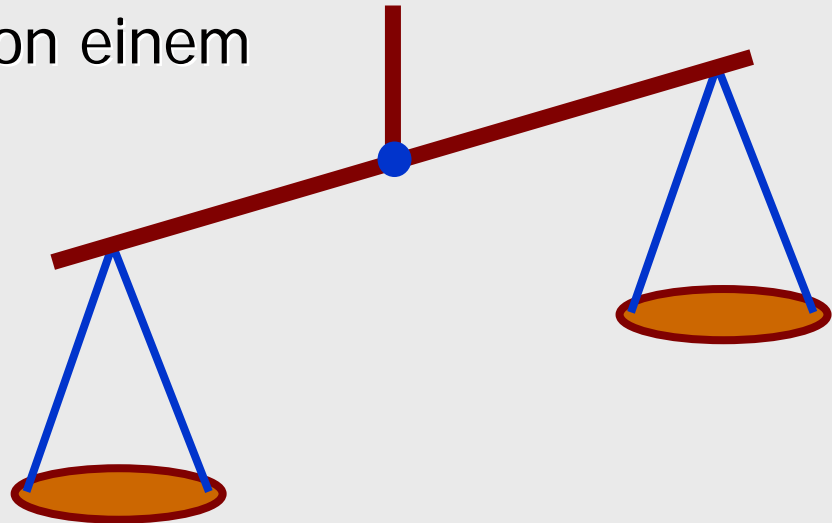
Wie kann man vom Fluss genau 6 Liter Wasser heraufholen, wenn man nur zwei Gefäße hat, einen 4-l-Eimer und einen 9-l-Eimer?



Gewichte

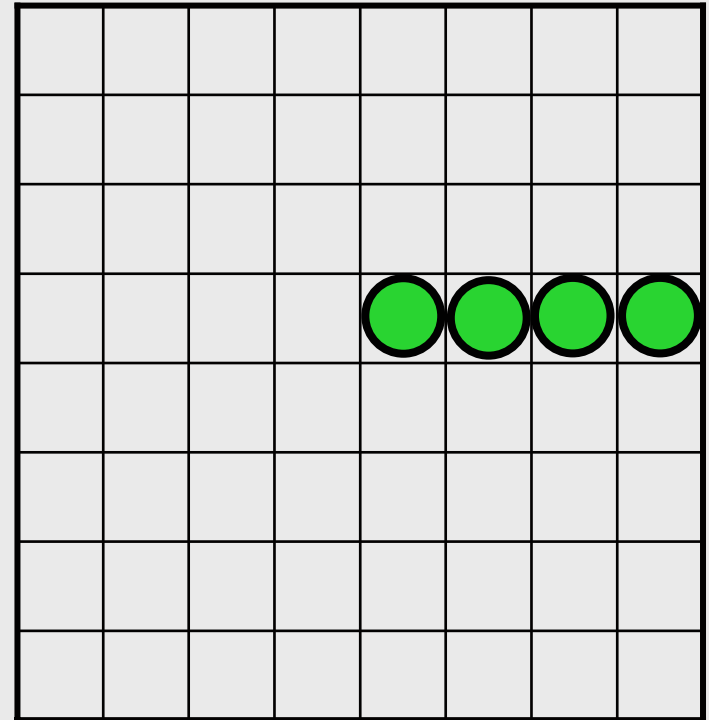
Mit drei Gewichten von insgesamt zehn Kilogramm und einer Balkenwaage sollen alle ganzzahligen Gewichte von einem bis zehn Kilogramm auszuwiegen sein. Wie sind die zehn Kilogramm auf die Gewichte aufzuteilen?

Wie groß müssen vier Gewichte sein, damit es möglich ist, mit ihnen alle ganzzahligen Gewichte von einem bis vierzig Kilogramm auszuwiegen?

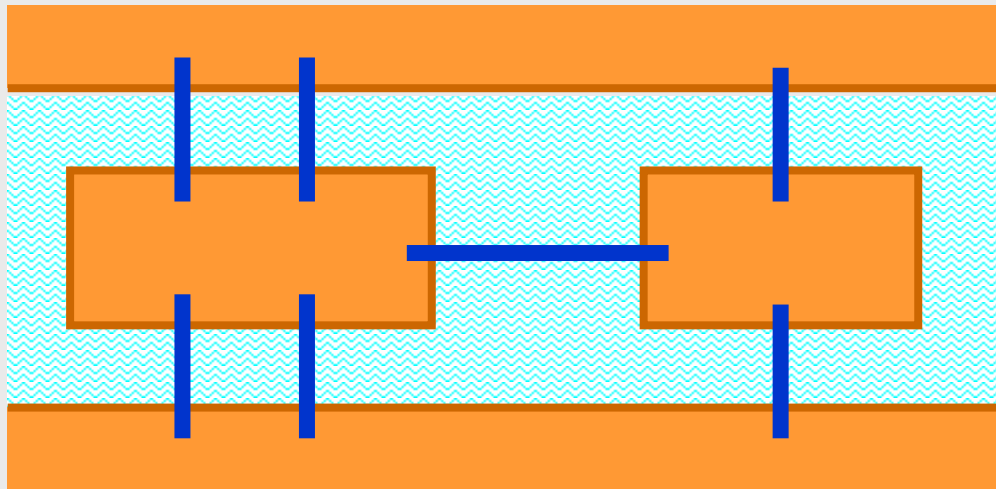


Grundstück

Ein Vater von vier Söhnen hinterlässt ein Grundstück mit vier Bäumen. Im Testament steht, dass das Grundstück in vier zusammenhängende kongruente, also deckungsgleiche, Parzellen aufgeteilt werden soll, auf denen jeweils ein Baum gemäß Lageskizze steht. (Quelle: Rillo's Site, Udo Breitenbach)



Königsberger Brückenproblem (Leonhard Euler, 1736)



Zur Zeit Eulers bildeten die Königsberger Brücken über den Fluss Pregel die im Bild schematisch gezeigte Situation. Eulers Frage war: Gibt es einen Rundgang, bei dem man über jede der Brücken genau einmal geht?

Quellen

- Dörner, D.: Problemlösen als Informationsverarbeitung. Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart 1976 (Baumreihen, S. 83; Parallelogramm, S. 46; Königsberger Brückenproblem, S. 88)
- Gardner, M.: Mathematische Spielereien. Spektrum der Wissenschaft (1981) 6, S. 14-17 (Flickendecke, S. 15)
- Grams, T.: Denkfallen und Programmierfehler. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1990 (Heuristiken, S. 113)
- Lüneburg, H.: Leonardi Pisani Liber Abbaci oder Lesevergnügen eines Mathematikers. Bibliographisches Institut, Mannheim 1992 (Gewichte, S. 198 ff.).
- Pólya, G.: Schule des Denkens (HOW TO SOLVE IT). A. Francke AG Verlag, Bern 1949 (WELT AM SONNTAG, S. 183; Quadrat, S. 37; Gerade, S. 152; Wasser holen, S. 199)
- Pólya, G.: Mathematik und plausibles Schließen. Band 1: Induktion und Analogie in der Mathematik. Birkhäuser Verlag, Basel 1988 (Münzen, S. 49; Tangente, S. 50)