

Die Suche nach dem wahren Grund

Statistische Ursachenanalyse am Beispiel des mathematischen Analphabetismus

Timm Grams, Fachhochschule Fulda, 7. Oktober 2005 (korr. 26.3.2014)

Zusammenfassung

Aus der statistischen Analyse hessischer Abschlussarbeiten ist bekannt, dass es einen negativen statistischen Zusammenhang zwischen der Frauenerwerbstätigkeit und den Schulleistungen der Kinder gibt. Solche Aussagen werden gern im Sinne von Ursache-Wirkungsbeziehungen interpretiert und im Kampf der Ideologien als Waffe missbraucht. Die Statistik liefert aber an und für sich keine Aussagen über Ursache und Wirkung.

Dieser Bericht nimmt die Statistik der Schulleistungen zum Anlass für eine grundsätzliche Klärung der Fragen von Ursache und Wirkung. Der Kausalitätsbegriff erhält mit dem Closest-World-Konzept von David Lewis eine tragfähige Basis. Die statistische Ursachenanalyse wird als dreistufiges Verfahren konzipiert. Es zeigt sich, dass sich bei konsequenter Anwendung der Methode notorische Irrtümer der Statistik vermeiden lassen. Insbesondere löst sich das Simpsonsche Paradoxon in Wohlgefallen auf.

Im ersten Schritt erfolgt eine Strukturanalyse. Mit heuristischen Methoden werden mögliche Kausalbeziehungen erfasst und als azyklischer gerichteter Graph dargestellt. Bei der Aufstellung dieses *Strukturmodells* hilft eine Liste von *Merkmale der Kausalität*.

Im zweiten Schritt wird das Strukturmodell mit den Methoden der *statistischen* (allgemeiner: *stochastischen*) *Analyse* bewertet. An dem so erstellten *Kausalmodell* lassen sich im dritten Schritt Ursache und Wirkung durch gezielte *Interventionen* und *kontrafaktische* Manipulationen studieren.

Die Beantwortung der konkreten Frage, ob die hohe Frauenerwerbstätigkeit ursächlich für die schlechten Schulleistungen ist, erfordert kontrafaktische Schlussfolgerungen. Und in genau diesem Punkt bleibt die Analyse unbefriedigend: Wir suchen ja nach Ursachen, *weil* wir sie in unserem Sinne *faktisch* manipulieren wollen.

Wir müssen also über diese einfache Ursachenbestimmung hinausgehen. Die schlechten Schulleistungen könnten beispielsweise auf mangelnde persönlicher Zuwendung zurückzuführen sein. Zuwendung hängt zwar von Variablen wie der Frauenerwerbstätigkeit ab. Aber diese Kopplung ist eher lose: Zuwendung ist eine faktisch veränderbare Variable. Andere Länder zeigen, wie sich persönliche Zuwendung und soziale Interaktion und damit die Schulleistungen trotz Frauenerwerbstätigkeit und hohem Ausländeranteil verbessern lassen.

Gliederung

Einführung.....	2
Zweck, Veranlassung	2
Problem, Ziel, Methode.....	2
Analyse der Kausalstrukturen (1. Schritt).....	2
Kausalitätserwartung: angeborener Lehrmeister und Denkfalle	2
Merkmale der Kausalität	5
Korrelation durch Aggregierung: Simpsons Paradoxon (Simpson's Paradox)	7
Das Modell der Kausalstruktur	8
Statistische Bewertung und Kausalmodell (2. Schritt).....	8
Einflussgraphen bringen Ordnung in die statistische Basis	8
Pfadaggregate und Rekonstruktion der Korrelationskoeffizienten	12
Kausalgraphen.....	13
Konstruktionsregeln für Kausalgraphen	14
Kausalanalyse (3. Schritt)	14
Interventionistische Interpretation von Kausalgraphen	14
Eine allgemeine Definition der Kausalität	15
Auflösung des Simpsonschen Paradoxons	17
Anwendung: Kausalanalyse der Matheschwäche mittels dreier Strukturmodelle.....	19
Verwandte Konzepte.....	20
Einflusseliminierung durch partielle Korrelation	20
Die Regel von Wright (Wright's Rule).....	23
Pfadkoeffizienten und partielle Korrelation – Graphische Strukturanalyse	24
Was nun also ist Ursache, was Wirkung?	25
Kritische Anmerkungen zur strukturellen Kausalitätsanalyse	25
Konstruktion der Ursache und faktische Manipulierbarkeit	26
Literaturverzeichnis	27

Einführung

Zweck, Veranlassung

Im Herbst 2004 wurden erstmals Ergebnisse von landesweiten Abschlussprüfungen an Haupt- und Realschulen in Hessen vorgelegt. Damit ergab sich die Möglichkeit, etwas über die *Ursachen* der Matheschwächen unserer Studienanfänger zu erfahren.

In meiner Studie habe ich die Suche nach den Ursachen eingeschränkt auf diejenigen *Einflussfaktoren*, die sich aus Daten des hessischen Kultusministeriums und der hessischen Landesstatistik ergeben, insbesondere sind das der Ausländeranteil, die Abiturientenquote, der Gesamtschüleranteil, die Einwohnerdichte und die Frauenerwerbstätigkeit im jeweiligen Schulamtsbezirk.

Die Daten wurden mit Methoden der angewandte Statistik analysiert: einfache und multiple *Korrelations-* und *Regressionsanalyse*. Die Ergebnisse dieser Vorstudie waren Anlass und Ausgangspunkt des Fuldaer Elektrotechnik-Seminars. Der Tagungsband enthält den Bericht sowie eine Diskussion der Resultate. Er steht im Internet unter der Adresse

www.fh-fulda.de/~grams/BildungWissenschaft/TgngsbndMatheSchwach.pdf

zur Verfügung.

Problem, Ziel, Methode

Fundamental für das Lernen aus Fehlern ist eine ausgiebige Ursachenanalyse der Fehler der Vergangenheit. Die Frage nach den Ursachen wurde in der Studie bisher weitgehend ausgespart. Es bleibt demnach noch zu klären, ob sich die festgestellten negativen Einflüsse auf die Schulleistungen (Ausländeranteil, Frauenerwerbstätigkeit, Gesamtschulanteil) tatsächlich im Sinne von *Ursachen für schlechte Leistungen* interpretieren lassen. Oder ob diese Einflüsse wenigstens Hinweise auf mögliche andere Ursachen bieten.

Ursachenanalysen sind zentrale Bestandteile der Unfallforschung und des Qualitätsmanagements. Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen ist die Annahme, dass die dort eingeführten *logischen und statistischen Methoden der Ursachenanalyse* (Root-Cause-Analysis, Counterfactual-Prinzip, Faktorenanalyse, kausale Bayes-Graphen) auch nützlich für die Ursachenanalyse des mathematischen Analphabetismus der Studienanfänger sind¹.

In dieser Arbeit geht es 1. um eine systematische Darstellung der Methoden der statistischen Ursachenforschung und 2. um deren Anwendung auf ein aktuelles gesellschaftliches Problem.

Analyse der Kausalstrukturen (1. Schritt)

Kausalitätserwartung: angeborener Lehrmeister und Denkfalle

Ein Blick in die Tageszeitung zeigt: Immer, wenn irgendwo etwas Beklagenswertes passiert ist, wird uns gleich gesagt, wer oder was daran Schuld ist. Dabei werden oft sehr hanebüchene Erklärungen bemüht.

Hier ein erstes Beispiel: Anfang 1995 brachten die Tageszeitungen unter dem Titel *Unsicherheitsfaktor Mensch* eine Nachricht der Internationalen Zivilluftfahrt-Organisation ICAO: „Als Unsicherheitsfaktor

¹ Dieses F&E-Vorhaben „Logik und Statistik als Werkzeuge der Ursachenanalyse am Beispiel der Matheschwäche von Studienanfängern“ wurde durch eine Freistellung von den Lehrverpflichtungen im Sommersemester 2005 gefördert.

Nummer eins erwies sich auch 1994 wieder der Mensch: Nicht weniger als 31 der 47 Unfälle sind auf menschliches Versagen zurückzuführen und immerhin 16 auf das Wetter ... Die europäische Airbus Industrie in Toulouse änderte die automatische Steuerung an den A300-600- und A310-Typen.“

Der aufmerksame Leser merkt, dass da etwas nicht stimmt: Wenn 31 der 47 Unfälle auf menschliches Versagen und 16 auf das Wetter zurückzuführen sind, kann den Hersteller des Flugzeugs eigentlich keine Schuld mehr treffen. Warum dann die Änderung der automatischen Steuerung?

Alles muss für uns einen Grund haben. Und ein solcher Grund lässt sich praktisch immer finden. Warum ist diese Sucht nach Erklärungen von Ursache-Wirkungszusammenhängen so tief in uns verwurzelt?

Die Kausalitätserwartung ist uns angeboren. Ein einfaches aber schlagendes Erklärungsmuster steht unter dem Motto „die Schnellen und die Toten“: Wenn unsere Vorfahren die hinter dem Gebüsch vorblitzenden schwarzen und gelben Streifen einem Tiger zuschrieben und sich davon machten, waren sie gut beraten. Die schnelle Entscheidung war lebenserhaltend. Irrtümer wie Weglaufen, obwohl kein Tiger da, fielen demgegenüber nicht ins Gewicht. Wer diesem Ursache-Wirkungsdenken nicht folgte, gehört nicht zu unseren Vorfahren.

Die Kausalitätserwartung gehört zu den angeborenen Lehrmeistern und hat eine positive und eine negative Seite. Dass die angeborenen Lehrmeister auch Denkfallen sein können, drückt der Verhaltensforscher Rupert Riedl so aus²: "Das biologische Wissen enthält ein System vernünftiger Hypothesen, Voraus-Urteile, die uns im Rahmen dessen, wofür sie selektiert wurden, wie mit höchster Weisheit lenken; uns aber an dessen Grenzen vollkommen und niederträchtig in die Irre führen." Zeitungsmeldungen offenbaren die negative Seite der Kausalitätserwartung.

Das Kausalitätsdenken ist wissenschaftlich. Die Suche nach Kausalzusammenhängen ist ein fundamentales Prinzip der empirischen Wissenschaften. Und dort lässt sich der Begriff der Ursache auch gut fassen. Man beschränkt sich auf Sachverhalte, die sich in *kontrollierten* und *wiederholbaren Experimenten prüfen* lassen. Schlage ich gegen ein Glas, bricht es. Führe ich den Schlag nicht aus, so tritt auch die Wirkung nicht ein und das Glas bricht nicht. Die Ursache-Wirkungsbeziehung ist mit Experimenten nachprüfbar.

Die Suche nach der einen Ursache ist ein so erfolgreiches Prinzip, dass wir uns angesichts eines Geschehnisses erst zufrieden geben, wenn uns eine Ursache genannt wird. Und wir geben uns auch mit fadenscheinigen Begründungen zufrieden.

Hier noch zwei Beispiele. Unter dem Titel „Treue oder Tod“ meldet die Fuldaer Zeitung vom 3.6.04: Mediziner hatten 60 registrierte Fälle analysiert, bei denen ein Partner beim Sex gestorben war. 56 Opfer waren Männer, die einem Herzinfarkt erlagen. Mehr als die Hälfte der Betroffenen erlebte dabei sein letztes Stündlein in den Armen einer Geliebten oder im Bordell. Nur jeder vierte Mann entschlummerte im Ehebett. Als mögliche Ursache wird die These angeboten, dass sich ältere Männer bei einer Geliebten mehr anstrengen als zu Hause. (Wenn man etwas über die Sache nachdenkt, fallen einem viele Gründe dafür ein, dass die Statistik grundlegend verfälscht sein könnte. *Vorsortierte Stichproben* nennt man das.)

Unter der Überschrift „Fehler des Co-Piloten“ liest man in der Fuldaer Zeitung vom 27.10.04: Der Absturz einer Airbus-Maschine in New York kurz nach den Terroranschlägen vom September 2001 ist auf einen Fehler des Co-Piloten zurückzuführen... Zu diesem Schluss kam die US-Untersuchungsbehörde NTSB... Der Co-Pilot habe die Maschine nach Turbulenzen stabilisieren wollen, dabei das Seitenruder des Leitwerks aber falsch bedient. Durch sein aggressives Eingreifen sei das Leitwerk abgefallen.“ (Aus *USA Today* vom selben Tag erfahre ich von einer Diskussion darüber, dass auch falsches Pilotentraining oder eine Fehlkonstruktion die Hauptrolle gespielt haben könnten.)

Das Kausalitätsdenken ist Grundlage des freien Willens. Der Mensch erlebt sich als denkendes und mit einem freien Willen begabtes Wesen. Er macht sich ein Bild von der Welt, stellt sich – in Grenzen – die Zukunft vor. Er kann sich sogar mehrere Zukünfte vorstellen und

² www.fh-fulda.de/~grams/Denkfallen/SystemText.html

durch seine Entscheidungen dafür sorgen, dass eine davon Wirklichkeit wird. Das funktioniert zwar nie hundertprozentig, aber immerhin meistens so eindrucksvoll gut, dass der Glaube an die Entscheidungsfreiheit zum festen Inventar unseres Selbstbildes gehört.

Unsere Handlungen erfahren wir als *Ursache* dessen, was sich daraufhin entwickelt. Einiges davon hätte sich auch bei alternativen Handlungen ergeben, manches aber nicht. Dasjenige, was von der getroffenen Entscheidung abhängt, ist die *Wirkung*.

Entscheidungsfreiheit setzt voraus, dass wir eine Vorstellung davon haben, was Ursache und was Wirkung ist. Was nun ist es, das die Kausalität, also den Ursache-Wirkungszusammenhang, ausmacht?

Das Altertum hat zur Klärung des Begriffs nur wenig Erhellendes beizutragen. Kausalität ist ein Begriff der Moderne. Tatsächlich ist die Vergegenwärtigung der Zukunft durch wissenschaftliche Methoden eine Sache des siebzehnten Jahrhunderts. Seit dieser Zeit verlieren Gottergebenheit, Spekulation und Wahrsagerei ihren lähmenden Einfluss auf unser Denken.

Das Denken in Ursache-Wirkungszusammenhängen ist das Fundament aller Wissenschaft. Erst das Kausalitätsdenken macht Erweiterungsschlüsse im Sinne der wissenschaftlichen Hypothesen und Theorien möglich und gewährleistet deren erfolgreiche Anwendung.

Kurz: Ursache-Wirkungsbeziehungen sind der Hebel, mit dem es uns gelingt, den Lauf der Welt in unserem Sinne zu manipulieren.

Trotz ihrer Allgegenwart bleiben die Begriffe von Ursache und Wirkung seltsam vage. Sie entziehen sich einer präzisen Definition. Es fehlen exakte Kriterien dafür, was als Ursache und was als Wirkung anzusehen ist.

Gerade bei der Interpretation statistischer Daten stehen wir vor diesem Problem: Unser Drang, den Hebel für Verbesserung zu finden, trifft auf die Schwierigkeit, Ursachen als solche zu identifizieren. Ist es die Frauenerwerbstätigkeit, die für eine hohe Abiturientenquote sorgt? Oder ist eine hohe Abiturientenquote dort zu finden, wo der Bildungsstand generell über dem Durchschnitt liegt, wo Frauen bessere Berufschancen haben und wo sie günstigere soziale Bedingung für die Berufsausübung vorfinden? Dann wäre wohl eher die Abiturientenquote als Ursachenindikator anzusehen und die Frauenerwerbstätigkeit eher als Folge oder Auswirkung.

Weil sich Ursache-Wirkungsbeziehungen oft einer klaren und eindeutigen Bestimmung entziehen, haben die Begründer der modernen Statistik – insbesondere Karl Pearson um 1911 – ein eigenständiges Konzept der Kausalität sogar grundsätzlich abgelehnt und ihre Wissenschaft auf das Erfassen von ungerichteten Zusammenhängen beschränkt³.

Da wir zur Weltbewältigung die Erkenntnis von Wirkungszusammenhängen aber dringend benötigen, können wir uns mit einem Standpunkt, der auf ein *L'art pour l'art* hinausläuft, nicht zufrieden geben. Und tatsächlich haben Vertreter des Gegenstandspunkts nicht lange auf sich warten lassen. Im Epilog seines Buches *Causality* stellt Judea Pearl (2000), ein ausgesprochener Verfechter des Kausalitätsdenkens in der Statistik, die verschiedenen Denkströmungen in der geschichtlichen Abfolge dar.

³ Bertrand Russel (zitiert nach Pearl, 2000, Epilogue): In advanced sciences, the word "cause" never occurs... The law of causality, I believe, is a relic of bygone ago... The laws of physics are all symmetrical, going both ways, while causal relations are unidirectional, going from cause to effect.

Karl Pearson (zitiert nach Pearl, 2000, Epilogue): Beyond such discarded fundamentals as "matter" and "force" lies still another fetish amidst the inscrutable arena of modern science, namely, the category of cause and effect.

Merkmale der Kausalität

Die Ursachenforschung in der Statistik kommt nicht ohne Strukturmodelle aus. Diese Modelle beruhen im Wesentlichen auf außerstatistischen Überlegungen und Kriterien. Und sie werden dann mit statistischen Methoden bewertet. Danach wird festgestellt, ob das Strukturmodell haltbar ist, ob es modifiziert oder ganz aufgegeben werden muss. Die Statistik übernimmt also den kritischen Part der Ursachenforschung.

Die Frage lautet nun: Wie kommen wir zu einem Strukturmodell? Wie finden wir mögliche Ursache-Wirkungszusammenhänge?

Mit mathematisch zwingenden Regeln können wir nicht rechnen. Wir müssen uns mit einem *heuristischen Prinzip* zufrieden geben. Und das besteht darin, Kausalbeziehungen durch eine Reihe von Merkmalen zu charakterisieren. Diese Merkmale können uns dann dabei helfen, Kausalbeziehungen zu entdecken.

Ein Merkmal teilen die Ursache-Wirkungsbeziehungen mit allen Theorien: sie lassen sich nicht beweisen sondern bestenfalls widerlegen (Karl R. Popper, 1973, S. 106). Zur Vermeidung falscher Hoffnungen formuliere ich das im

1. *Merkmal der Kausalität*: Über Ursachen lässt sich nichts abschließend Positives sagen.

Die Rolle, die Ursache-Wirkungsbeziehungen im Zusammenhang mit Entscheidungen spielen, lässt sich durch die folgenden drei Merkmale charakterisieren:

2. *Merkmal der Kausalität*: Lässt man die Ursache weg, bleibt die Wirkung aus (bei kategorialen Zusammenhängen)⁴. Variiert man die Ursache, ändert sich die Wirkung (bei quantitativen Zusammenhängen).

Um feststellen zu können, ob eine Ursache-Wirkungsbeziehung vorliegen könnte (Hypothese), muss man sie prüfen können. Und das geht durch Variation der Ursache und Beobachtung der Wirkung. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die Ursache weitgehend isoliert von anderen Größen ändern lässt, und dass alle anderen Bedingungen konstant gehalten werden können. Das ist das „Closest world“-Konzept von Lewis (Lewis, 1973; Collins et al., 2004). Im Allgemeinen verstößt die Variation der Ursache gegen die Tatsachen. Das heißt, wir haben es mit *kontrafaktischen Schlussfolgerungen* zu tun.

Wir sind aber eigentlich auf der Suche nach Ursachen, die der Veränderung zugänglich sind. Von Interesse ist daher für uns das

3. *Merkmal der Kausalität*: Ursachen sind manipulierbar. Das 2. Merkmal ist prüfbar!

Zur Formulierung des nächsten Merkmals ist etwas begriffliche Vorbereitung nötig. Wir schreiben $X \rightarrow Y$ und meinen damit, dass X eine direkte Ursache von Y ist⁵. Wir erweitern nun den Begriff der Ursache-Wirkungsbeziehungen insoweit, als wir auch indirekte Beziehungen einbeziehen: $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ definiert beispielsweise eine solche Beziehung zwischen der Ursache X und der Wirkung Z . Stehen zwei Variablen (allgemeiner: Sachverhalte) A und B in einer direkten oder indirekten Ursache-Wirkungsbeziehung, schreiben wir $A < B$ („ A verursacht B “).

Aus dieser Definition folgt sofort die *Transitivität* der $<$ -Relation: Aus $A < B$ und $B < C$ folgt $A < C$. Wir wollen – dem allgemeinen Verständnis von Kausalität folgend – ausschließen, dass

⁴ Die „Logik der Kausalität“ wird noch deutlicher in der INUS-Bedingung von John Leslie Mackie: Ein Ereignis wird als Ursache eines Ergebnisses wahrgenommen, wenn es ein unzureichender (Insufficient) aber notwendiger (Necessary) Teil einer Bedingung ist, die selbst nicht notwendig (Unnecessary) aber hinreichend (Sufficient) für das Ergebnis ist (Pearl, 2000, S. 314).

⁵ X und Y gehören zu den von uns untersuchten Sachverhalten; hier sind das speziell statistische Variable.

ein Sachverhalt die eigene Ursache sein kann (Reflexivität). Wir fordern also die *Irreflexivität*: Für kein A gilt $A < A$. Insbesondere heißt das, dass es keine Schleifen aus Kausalbeziehungen geben kann. Transitivität und Irreflexivität definieren eine *partielle Ordnung*⁶. Wir haben damit eine prägnante Formulierung für das

4. Merkmal der Kausalität: Die Ursache-Wirkungsbeziehungen (direkte und indirekte) bilden eine partielle Ordnung auf der Menge der untersuchten Sachverhalte oder Variablen.

Für die Überprüfung, ob irgendwelche hypothetischen Kausalbeziehungen eine partielle Ordnung bilden, führt man am besten eine *topologische Sortierung* durch (Aho, Hopcroft, Ullman, 1983). Man ordnet die zu Grunde liegenden Sachverhalte so zu einer Folge oder linearen Liste, dass unter der Bedingung $A < B$ stets A vor B in der Liste steht.

Die topologische Sortierung ist genau dann möglich, wenn eine partielle Ordnung vorliegt. Damit haben wir ein einfaches Kriterium dafür, ob eine Kollektion von hypothetischen Ursache-Wirkungsbeziehungen zumindest logisch in sich widerspruchsfrei ist.

Hier ist ein einfacher *Algorithmus*, der diese topologische Sortierung leistet: Wir starten mit der Menge M aller zu berücksichtigenden Sachverhalte und mit einer leeren Liste L für die lineare Folge der Sachverhalte. Dann führen wir nacheinander die folgenden Schritte aus:

1. Falls die Menge M leer ist, endet der Algorithmus und L enthält die topologisch sortierten Sachverhalte.
2. Wir wählen aus der Menge M ein Element Y aus, dem kein Element aus M vorausgeht. Das heißt: es gibt kein Element X aus M derart, dass $X < Y$. (Ein solches Y muss existieren, denn sonst gäbe es in M eine Schleife aus Kausalbeziehungen.)
3. Das ausgewählte Element Y entnehmen wir der Menge M und fügen es der linearen Liste L als letztes Element an. Anschließend fahren wir mit Schritt 1 des Algorithmus fort.

Kommt der Algorithmus zum Ende, ist nachgewiesen, dass die $<$ -Relation eine partielle Ordnung definiert. Der Algorithmus endet nicht, wenn es eine Schleife aus Kausalbeziehungen gibt, also wenn die Gesamtheit der hypothetischen Ursache-Wirkungsbeziehungen in sich widersprüchlich ist.

Den engen Zusammenhang des Kausalitätsbegriffes mit dem Begriff der Zeit machen die letzten beiden Merkmale deutlich.

5. Merkmal der Kausalität: Die Wirkung ist nie vor der Ursache da.

Das Prinzip des gemeinsamen Grundes (*Principle of the Common Cause*), das im folgenden Merkmal ausgedrückt wird, dient Hans Reichenbach sogar dazu, die Richtung der Zeit zu definieren: Sie geht von der Ursache zur Wirkung. Einzelheiten dazu findet man in seinem Werk „The Direction of Time“ (1956, S. 157 ff.).

6. Merkmal der Kausalität. Wird ein unwahrscheinliches Zusammentreffen zweier Ereignisse beobachtet, dann gibt es eine gemeinsame Ursache.

Mit A und B werden die beiden Ereignisse bezeichnet, die ungewöhnlich oft zusammen auftreten. Dieses ungewöhnlich häufige Zusammentreffen präzisieren wir in der Sprache der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse – bezogen auf ein bestimmtes Zeitintervall – erfüllen die Bedingung $P(A) \cdot P(B) < P(AB)$. Gleichbedeutend mit

⁶ Manchmal wird die partielle Ordnung durch drei Axiome definiert: Transitivität, Irreflexivität und Asymmetrie. Letztere Forderung besagt, dass aus $A < B$ folgt, dass nicht $B < A$. Es ist leicht einzusehen, dass aus Irreflexivität und Transitivität die Asymmetrie folgt. Das Axiom ist von den übrigen also nicht unabhängig und damit entbehrlich.

dieser Bedingung ist, dass durch die Beobachtung eines Ereignisses das andere jeweils wahrscheinlicher wird: $P(B) < P(B|A)$ bzw. $P(A) < P(A|B)$.

Reichenbach folgend, schließen wir Wunder aus und nehmen stattdessen an, dass es ein Ereignis (oder eine logische Verknüpfung von Ereignissen) C geben muss mit folgenden Eigenschaften:

$$P(AB|C) = P(A|C) \cdot P(B|C) \quad (\text{CC1})$$

$$P(AB|\neg C) = P(A|\neg C) \cdot P(B|\neg C) \quad (\text{CC2})$$

$$P(A|\neg C) < P(A|C) \quad (\text{CC3})$$

$$P(B|\neg C) < P(B|C) \quad (\text{CC4})$$

(CC1) und (CC2) besagen, dass die beiden Ereignisse A und B unter der Bedingung, dass C beobachtet worden ist, tatsächlich statistisch voneinander unabhängig eintreten. Wohingegen (CC3) und (CC4) ausdrücken, dass es C ist, das die Ereignisse A und B befördert und nicht etwa das Gegenereignis $\neg C$.

Aus den Eigenschaften (CC1-CC4) lassen sich die Bedingungen für das häufige Zusammentreffen von A und B herleiten (Reichenbach, 1956, S. 160).

Leider besagt die Regel vom gemeinsamen Grund nur, dass es eine Ursache für das häufige Zusammentreffen zweier Ereignisse mit den Eigenschaften (CC1-CC4) geben muss. Allein aus der Tatsache, dass für ein Ereignis C diese Bedingungen erfüllt sind, lässt sich umgekehrt nicht schließen, dass es sich um den gemeinsamen Grund handeln muss. Gemeinsame Auswirkungen von Ereignissen haben nämlich normalerweise dieselben Eigenschaften.

Die oben genannten sechs Merkmale der Kausalität geben Hinweise darauf, was möglicherweise als Ursache anzusehen ist, und was nicht. Zwingende Aussagen lassen sich daraus nicht ableiten. Letztlich läuft das Erstellen eines Strukturmodells für Ursache-Wirkungsbeziehungen auf eine *disziplinierte Spekulation* hinaus.

Der unbewertete Einflussgraph aus meinem Seminarbeitrag (2005, S. 24) ist ein Modell einer Kausalstruktur. Es ist auf genau diese Weise entstanden: Es ist das Ergebnis von disziplinierter Spekulation.

Korrelation durch Aggregierung: Simpsons Paradoxon (Simpson's Paradox)

Statistische Analysen, insbesondere die Ursachenanalysen, werden zuweilen in Zweifel gezogen, weil durch das Aggregieren von Zähldaten Zusammenhänge erzeugt werden können, die in den Rohdaten nicht vorhanden sind. Wie das geht, zeigt Simpsons Paradoxon (Székely, 1990, S. 63, 75, 133).

Deutlich tritt der Mechanismus in meinem Xenophobie-Beispiel zu Tage⁷: Im Städtchen *Falldala* mit 20 000 Einwohnern beträgt der Ausländeranteil 30 %. Die folgende Tabelle gibt die Kriminalitätsstatistik wieder. Daraus lässt sich folgern: Ausländer neigen stärker zur Kriminalität als Inländer.

<i>Kriminalitätsstatistik von Falldala</i>			
	Einwohner	Straftaten je Jahr	bezogen auf je 1000 Einwohner
Ausländer	6000	51	8.5
Inländer	14000	59	4.2

⁷ Das Beispiel ist zusammen mit einem „echten“ Simpsonschen Paradoxon auf meiner Denkfallen-Seite www.fh-fulda.de/~grams/dnkfln.htm zu finden.

Bei eingehender Betrachtung der Kriminalitätsstatistik erweist sich allerdings, dass in einem Stadtteil - nennen wir ihn Aschental - die Kriminalität besonders hoch ist. Nun sind, aufgrund der für Inländer unattraktiven Bebauung aus den 50-er Jahren, vorwiegend Ausländer im Aschental angesiedelt. 5 000 der insgesamt 10 000 Bewohner sind Ausländer. Die übrigen leben in der Innenstadt. Die aufgegliederte Statistik sieht folgendermaßen aus:

<i>Kriminalitätsstatistik von Aschental</i>			
	Einwohner	Straftaten je Jahr	bezogen auf je 1000 Einwohner
Ausländer	5000	50	10
Inländer	5000	50	10

<i>Kriminalitätsstatistik der Innenstadt von Falldala</i>			
	Einwohner	Straftaten je Jahr	bezogen auf je 1000 Einwohner
Ausländer	1000	1	1
Inländer	9000	9	1

Es erweist sich, dass die Ausländer nicht häufiger oder weniger häufig zu Straftaten neigen als Inländer. Durch das unspezifische Aggregieren von Zählwerten wird hier ein Zusammenhang erzeugt, der in den Rohdaten nicht existiert.

Darüber hinaus wird ein statistischer Zusammenhang oft unzulässigerweise im Sinne eines Kausalzusammenhangs interpretiert: Wer Ausländer ist, neigt stärker zu kriminellen Handlungen als ein Inländer.

Es wird sich erweisen, dass sich der Fehlschluss vermeiden lässt, wenn man die nachfolgend zu besprechende Kausalanalyse anwendet und wenn man insbesondere das Prinzip vom gemeinsamen Grund (Principle of the Common Cause) beachtet. Die vermutete Kausalbeziehung „Ausländer → Straftat“ verschwindet im korrekt angesetzten Kausalmodell von ganz allein (Pearl, 2000, S. 174 ff.).

Das Modell der Kausalstruktur

Die Kausalbeziehungen wollen wir als gerichteten Graphen (englisch auch Digraph von Directed Graph) darstellen⁸: Die Sachverhalte oder Variablen sind die Knoten des Graphen und die direkten Ursache-

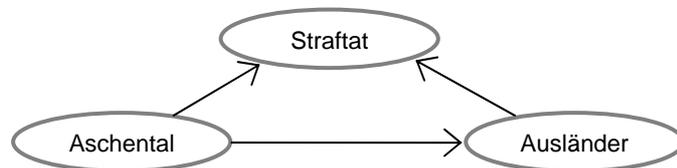


Bild 1 Beispiel einer Kausalstruktur

Wirkungsbeziehungen werden durch gerichtete Kanten zwischen ihnen dargestellt. Da die (direkten und indirekten) Ursache-Wirkungsbeziehungen eine partielle Ordnung bilden, kann dieser Graph keine Zyklen enthalten, er ist also ein *azyklischer Digraph* (kurz: DAG für Directed Acyclic Graph). Eine denkbare Kausalstruktur für das Xenophobie-Beispiel zeigt das Bild 1.

Statistische Bewertung und Kausalmodell (2. Schritt)

Einflussgraphen bringen Ordnung in die statistische Basis

Standardisierung der Zufallsvariablen: Gegeben seien n Merkmale (Zufallsgrößen) einer Grundgesamtheit. Die Merkmale bezeichnen wir mit X_1, X_2, \dots, X_n . Wir setzen voraus, dass diese Merkmale standardisiert sind, das heißt, sie haben den Mittelwert null und die Standardabweichung eins. Falls die Variablen nicht normiert sind, ersetzen wir jede der Zufallsva-

⁸ Digraphen stellen eine fundamentale Datenstruktur dar, die in der Informatik-Literatur ausgiebig behandelt wird. Zu den Standardwerken gehört das Buch von Aho, Hopcroft, und Ullman (1983).

riablen X_i durch $\frac{X_i - \bar{x}_i}{\sigma_i}$, wobei $\bar{x}_i = E[X_i]$ der Mittelwert und $\sigma_i = \sqrt{E[(X_i - \bar{x}_i)^2]}$ die Standardabweichung der Zufallsvariablen ist. Nach dieser Normierung bezeichnen wir die Variable der Einfachheit halber wieder mit X_i .

Diese Transformation ist weitgehend folgenlos, denn uns kommt es auf den Zusammenhang zwischen Zufallsvariablen an und der wird mit dem Korrelationskoeffizienten gemessen. Durch die Ersetzung ändern sich diese Korrelationskoeffizienten nicht. Außerdem haben wir nun den Vorteil, dass der Korrelationskoeffizient zweier Variablen X_i und X_j gleich $E[X_i \cdot X_j]$ ist. Die Formeln werden also einfacher. Außerdem kann die Transformation leicht rückgängig gemacht werden.

Linearer Ansatz der wechselseitigen Einflüsse: Für die Einflüsse der Zufallsvariablen aufeinander machen wir einen linearen Ansatz mit den Koeffizienten p_{ij} , wobei $p_{ii} = 0$ vorausgesetzt wird⁹:

$$X_i = p_{i1} \cdot X_1 + p_{i2} \cdot X_2 + \dots + p_{in} \cdot X_n + R_i. \quad (\text{LA})$$

In diesem Ansatz repräsentiert R_i den Anteil an der Größe X_i , der durch die anderen Größen nicht erklärt werden kann. Dieses *Residuum* lässt sich als Fehler aufgrund nicht berücksichtigter Einflussgrößen deuten¹⁰.

Bei der linearen Regressionsrechnung (LR) werden nun die Koeffizienten so eingerichtet, dass die Streuung des Residuums $E[R_i^2]$ minimal wird¹¹. Daraus folgt für jede der Größen X_i ein Gleichungssystem aus $n-1$ Gleichungen für die $n-1$ unbekanntenen Koeffizienten p_{ik} :

$$r_{ji} = \sum_{k|k \neq i} r_{kj} \cdot p_{ik}. \quad (\text{LR})$$

In dieser Gleichung steht r_{ik} für $E[X_i \cdot X_k]$ und dieser Wert ist aufgrund der Standardisierung gleich dem *Korrelationskoeffizienten*. Es ist $r_{ik} = r_{ki}$. Voraussetzungsgemäß ist die Streuung r_{ii} der Variablen X_i gleich eins: $r_{ii} = 1$. Zeilenindex des Gleichungssystems ist j . Die Pfadkoeffizienten p_{ik} sind die *standardisierten Regressionskoeffizienten*.

Wir wollen nun – ganz in Analogie zu den Überlegungen im Zusammenhang mit dem Einflussgraphen – nicht mehr alle Beeinflussungsmöglichkeiten zulassen. Wir setzen alle Koeffizienten p_{ij} gleich null, es sei denn, dass zwischen den Variablen X_i und X_j eine Ursache-Wirkungsbeziehung zu vermuten ist.

Die Knoten des Einflussgraphen sind die Zufallsvariablen X_i . Ursache-Wirkungsbeziehungen werden durch gerichtete Kanten zwischen den Knoten dargestellt. Beispielsweise meint $X_j \rightarrow X_i$ eine Ursache-Wirkungsbeziehung mit der Ursache X_j und der Wirkung X_i . Im bewerteten Einflussgraphen werden die Werte der Koeffizienten den entsprechenden Pfeilen zugeordnet. Ab jetzt wollen wir die Koeffizienten p_{ik} als *Pfadkoeffizienten* bezeichnen. In die Knoten wird das Bestimmtheitsmaß, also der Wert $B_i = 1 - E[R_i^2]$ eingetragen.

⁹ Hinsichtlich der Begriffe und Formelzeichen lehne ich mich weitgehend an das Buch von Pearl (2000, S. 140 ff.) an.

¹⁰ Die R_i sind zwar zentriert ($E[R_i]=0$) aber nicht notwendigerweise standardisiert.

¹¹ Der Einfachheit halber wird hier die Standardnotation der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwendet. Überall kann man anstelle des Erwartungswerts E die jeweils entsprechenden Schätzgrößen der Statistik einsetzen. Beachte, dass die Mittelwerte der Residuen bei der hier vorgenommenen Standardisierung der Variablen X_i gleich null ist: $E[R_i]=0$.

Im Gleichungssystem (LR) gibt es nur für solche r_{ji} eine Gleichung, für die X_j zu den Ursachen von X_i zählt und demzufolge als Einflussgröße zu berücksichtigen ist.

Wir setzen nun voraus, dass die Ursache-Wirkungsbeziehungen der Menge der Variablen eine partielle Ordnung aufprägen und dass die Variablen derartig linear sortiert werden können, dass die Ursache-Wirkungsbeziehungen alle in dieselbe Sortierrichtung zeigen (*topologische Sortierung*). Wir wählen die Indizes der Variablen X_i gemäß dieser Sortierung: Ursachen haben einen niedrigeren Index als die jeweiligen Wirkungen.

Das heißt aber, dass bestenfalls diejenigen Koeffizienten p_{ik} ungleich null sein können, für die $k < i$ gilt. Das Gleichungssystem der linearen Regression (LR) vereinfacht sich damit zur „sortierten Version“:

$$r_{ji} = \sum_{k|k < i} r_{kj} \cdot p_{ik} \quad (\text{LRs})$$

Für Knoten i gibt es maximal $i-1$ Gleichungen ($j < i$).

Zusammenhänge zwischen den Residuen: Für die weitere Analyse ist von Bedeutung, dass man sich Folgendes vor Augen hält: Die Einflussgrößen, die bezüglich einer Zielgröße berücksichtigt werden, sind mit dem zugehörigen Residuum nicht korreliert (Korrelationskoeffizient gleich null). Daraus folgt unmittelbar: Die Residuen der Zielgrößen X_i und X_j mit $j < i$ sind miteinander nicht korreliert, wenn sowohl die Variable X_j als auch alle ihre Einflussgrößen zu den Einflussgrößen von X_i zählen.

Die Sortierung der Variablen erleichtert die Errechnung der Pfadkoeffizienten. Wir betrachten einen Einflussgraphen mit den drei Variablen X_1 , X_2 und X_3 (Bild 2). Für den zweiten Knoten erhalten wir die Gleichung

$$r_{1,2} = p_{2,1}$$

Damit ist der Pfadkoeffizient des einzigen hinführenden Zweiges eindeutig bestimmt. Für die Pfadkoeffizienten der dritten Variablen erhalten wir die Gleichungen

$$r_{1,3} = p_{3,1} + r_{1,2} \cdot p_{3,2} \text{ und}$$

$$r_{2,3} = r_{1,2} \cdot p_{3,1} + p_{3,2}$$

Daraus ergeben sich für die Pfadkoeffizienten der dritten Variablen die Werte

$$p_{3,1} = \frac{r_{1,3} - r_{1,2} r_{2,3}}{1 - r_{1,2}^2} \text{ und } p_{3,2} = \frac{r_{2,3} - r_{1,2} r_{1,3}}{1 - r_{1,2}^2}$$

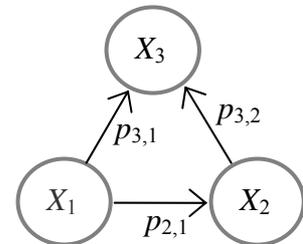


Bild 2 Einflussgraph mit drei Variablen

Betrachten wir nun den Fall genauer, dass nicht jeder Vorgänger eines Knotens im Sinne der der linearen Ordnung auch zugleich eine Ursache ist. Es gibt also nicht von jedem Vorgänger ein Pfeil hin zum betrachteten Knoten. Im Gleichungssystem (LRs) kommt das darin zum Ausdruck, dass die entsprechenden Pfadkoeffizienten gleich null sind. Ist ein Pfadkoeffizient p_{ij} auf null gesetzt und der zugehörige Ursache-Wirkungspfeil nicht gezeichnet, entfällt gemäß Regressionsrechnung in (LRs) auch die entsprechende Zeile „ $r_{ji} = \dots$ “.

Definition: Wir bezeichnen die Knotenmenge der direkten Ursachen eines Knotens i mit pa_i . Also: $pa_i = \{j | j \rightarrow i\}$. Das ist die Menge der Eltern (Parents) des Knotens i .

Regel zur Berechnung der Pfadkoeffizienten. Die Pfadkoeffizienten sämtlicher Pfeile, die zum Knoten i führen, erhält man so: Für jeden Knoten $j \in pa_i$ wird eine Gleichung aufgestellt, indem man nacheinander sämtliche Knoten $k \in pa_i$ durchläuft und die Produkte aus dem Korrelationsfaktor der Knoten j und k und dem (noch unbekanntem) Pfadkoeffizienten für $k \rightarrow i$ bildet. (Bei $j=k$ ist der Korrelationsfaktor gleich 1.) Diese Produkte $r_{jk} p_{ik}$ werden aufsummiert

und gleich dem Korrelationsfaktor r_{ji} gesetzt. Dieses Gleichungssystem ist noch nach den Pfadkoeffizienten aufzulösen.

Beispiel: Mit den Korrelationskoeffizienten der anschließenden Tabelle erhält man bei entsprechender Beschränkung der Ursache-Wirkungsbeziehungen die Pfadkoeffizienten des Einflussgraphen von Bild 3.

Korrelationskoeffizienten	1 BevLog	2 AuslAnteil (R)	3 GesSchulAnteil	4 AbiQuote	5 FrauenErw	6 Mathe (R)
1 BevLog	1.000	0.936	0.155	0.464	0.616	-0.658
2 AuslAnteil (R)	0.936	1.000	0.158	0.456	0.712	-0.671
3 GesSchulAnteil	0.155	0.158	1.000	-0.067	0.299	-0.465
4 AbiQuote	0.464	0.456	-0.067	1.000	0.634	-0.383
5 FrauenErw	0.616	0.712	0.299	0.634	1.000	-0.607
6 Mathe (R)	-0.658	-0.671	-0.465	-0.383	-0.607	1.000

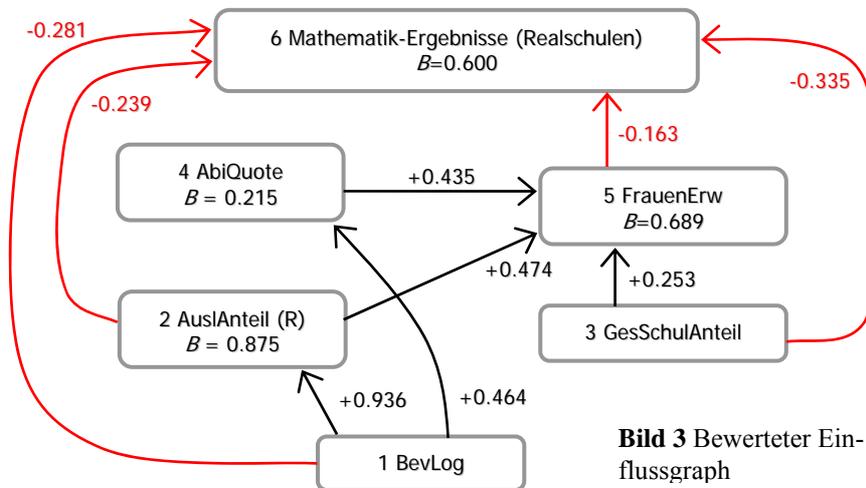


Bild 3 Bewerteter Einflussgraph

Die Pfadkoeffizienten dieses Einflussgraphen lassen sich aus dem folgenden Gleichungssystem errechnen¹²:

$$\begin{aligned}
 r_{12} &= p_{21} && \text{(GS)} \\
 r_{14} &= p_{41} \\
 r_{25} &= p_{52} + r_{23} \cdot p_{53} + r_{24} \cdot p_{54} \\
 r_{35} &= r_{23} \cdot p_{52} + p_{53} + r_{34} \cdot p_{54} \\
 r_{45} &= r_{24} \cdot p_{52} + r_{34} \cdot p_{53} + p_{54} \\
 r_{16} &= p_{61} + r_{12} \cdot p_{62} + r_{13} \cdot p_{63} + r_{15} \cdot p_{65} \\
 r_{26} &= r_{12} \cdot p_{61} + p_{62} + r_{23} \cdot p_{63} + r_{25} \cdot p_{65} \\
 r_{36} &= r_{13} \cdot p_{61} + r_{23} \cdot p_{62} + p_{63} + r_{35} \cdot p_{65} \\
 r_{56} &= r_{15} \cdot p_{61} + r_{25} \cdot p_{62} + r_{35} \cdot p_{63} + p_{65}
 \end{aligned}$$

Der Einflussgraph wurde so bestimmt, dass einerseits möglichst wenige Ursache-Wirkungsbeziehungen vorkommen und dass andererseits die Residuen möglichst unkorreliert sind. Durch Ausbalancieren dieser einander widerstrebenden Ziele liefert der Einflussgraph ein etwas schärferes Bild der Ursache-Wirkungsbeziehungen. Wie weit das Ausbalancieren gelungen ist, zeigt die folgende Korrelationsmatrix der Residuen.

¹² Als Indizes der Korrelations- und Pfadkoeffizienten werden nicht die Variablen selbst, sondern nur deren Ordnungsziffern angegeben.

Korrelationskoeffizienten der Residuen	1 BevLog	2 AuslAnteil	3 GesSchulAnteil	4 AbiQuote	5 FrauenErw	6 MatheR
1 BevLog	1.000	0.000	0.155	0.000	-0.123	0.000
2 AuslAnteil	0.000	1.000	0.036	0.071	0.325	0.000
3 GesSchulAnteil	0.155	0.036	1.000	-0.157	0.000	0.000
4 AbiQuote	0.000	0.071	-0.157	1.000	0.064	-0.111
5 FrauenErw	-0.123	0.325	0.000	0.064	1.000	0.077
6 MatheR	0.000	0.000	0.000	-0.111	0.077	1.000

Die Korrelationen zwischen den Residuen werden gleich null, wenn man alle möglichen Ursache-Wirkungsbeziehungen, die sich mit der linearen Sortierung der Variablen vertragen, berücksichtigt. Diesem an und für sich erwünschten Ergebnis steht als Nachteil gegenüber, dass man es mit Phantomeffekten zu tun bekommt (Grams, 2005).

Für die Streuung der Residuen haben wir die Gleichung $E[R_k^2] = 1 - B_k$.

Die Gleichungen zwischen den (sortierten) Variablen eines Graphen mit insgesamt n Knoten sehen – ausführlich geschrieben – so aus:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= R_1 && \text{(LAs)} \\
 X_2 &= p_{21} X_1 + R_2 \\
 X_3 &= p_{31} X_1 + p_{32} X_2 + R_3 \\
 &\dots \\
 X_n &= p_{n1} \cdot X_1 + p_{n2} \cdot X_2 + \dots + p_{n,n-1} \cdot X_{n-1} + R_n
 \end{aligned}$$

Das Gleichungssystem (LAs) ist eine dem Einflussgraphen gleichwertige Darstellung: Jedem Pfadkoeffizienten ungleich null entspricht im Einflussgraphen ein mit dem Pfadkoeffizienten bewerteter Pfeil¹³.

Pfadaggregate und Rekonstruktion der Korrelationskoeffizienten

Wir können jetzt sämtliche Variablen durch die Pfadkoeffizienten und die Residuen ausdrücken. Wir substituieren einfach von oben nach unten fortschreitend die Variablen auf der rechten Seite der Gleichungen durch die bereits ausgedrückten Variablen. Für den Anfang der *Pfadardarstellung des Gleichungssystems* sieht das so aus:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= R_1 && \text{(LAp)} \\
 X_2 &= p_{21} R_1 + R_2 \\
 X_3 &= (p_{31} + p_{32} p_{21}) R_1 + p_{32} R_2 + R_3 \\
 &\text{usw.}
 \end{aligned}$$

Für die Beiwerte der standardisierten Residuen führen wir die Bezeichnung a_{ik} ein und bezeichnen sie als *Pfadaggregate*:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= a_{11} R_1 && \text{(LAa)} \\
 X_2 &= a_{21} R_1 + a_{22} R_2 \\
 X_3 &= a_{31} R_1 + a_{32} R_2 + a_{33} R_3 \\
 &\text{usw.}
 \end{aligned}$$

Das Pfadaggregat a_{ij} ergibt sich folgendermaßen: Für jeden gerichteten Pfad von Knoten j nach Knoten i bildet man das Produkt der Pfadkoeffizienten. Diese Produkte werden über sämtliche gerichteten Pfade von j nach i aufsummiert. Der Bequemlichkeit halber wird $a_{kk} = 1$ gesetzt.

¹³ In der Graphentheorie auch: „bewertete Kante“.

Wir setzen voraus, dass die Variablen X_i standardisiert sind. Ferner seien die Residuen paarweise nicht miteinander korreliert. Die Formel für die Streuung liefert dann $\sum_{k=1}^i a_{ik}^2 (1 - B_k) = 1$. Außerdem gilt unter diesen Bedingungen für die Korrelationskoeffizienten die Formel

$$r_{ji} = \sum_{k=1}^{\min\{i,j\}} a_{jk} a_{ik} (1 - B_k). \quad (\text{Korr})$$

Also: Die Korrelationskoeffizienten lassen sich aus dem bewerteten Einflussgraphen rekonstruieren.

Da in unserem Beispiel nicht alle Paare von Residuen vollständig unkorreliert sind, liefert die Formel (Korr) nur Näherungswerte für die Korrelationskoeffizienten. Ein Vergleich der beiden Tabellen (Originalwerte und rekonstruierte Werte) gibt ein Gefühl dafür, wie gut der Kausalgraph die tatsächliche Kausalstruktur erfasst.

Schätzwerte für die Korrelationskoeffizienten	1 BevLog	2 AuslAnteil (R)	3 GesSchulAnteil	4 AbiQuote	5 FrauenErw	6 Mathe (R)
1 BevLog	1.000	0.936	0.000	0.464	0.646	-0.610
2 AuslAnteil	0.936	1.001	0.000	0.434	0.663	-0.610
3 GesSchulAnteil	0.000	0.000	1.000	0.000	0.253	-0.376
4 AbiQuote	0.464	0.434	0.000	1.000	0.641	-0.339
5 FrauenErw	0.646	0.663	0.253	0.641	0.969	-0.583
6 Mathe (R)	-0.610	-0.610	-0.376	-0.339	-0.583	0.938

Kausalgraphen

Nach diesen Vorbereitungen sind die Grundlagen der *Kausalitätsanalyse mit Statistik* gelegt. Wir unterscheiden streng zwischen dem

- *Modell der kausalen Struktur* und der eigentlichen
- *statistischen Analyse*.

Was von mir als *unbewerteter Einflussgraph* bezeichnet wird, erfasst die kausale Struktur. Die Darstellung dieser *Kausalstrukturen* als azyklische Digraphen wurde im vorigen Abschnitt ohne Bezugnahme auf die Statistik behandelt.

Die bewerteten Einflussgraphen wollen wir in Anlehnung an Pearl (2000, S. 44) als *kausales Modell* oder auch als *Kausalgraphen* bezeichnen.

Die Gleichungen des Systems (LAs) interpretieren wir dementsprechend nun nicht mehr rein algebraisch, sondern im Sinne einer Strukturfestlegung: Auf der linken Seite einer jeden Gleichung steht jeweils die Wirkung und auf der rechten Seite deren Ursachen. Die Beiträge, die die Ursachen zur Wirkung leisten, sind durch die Pfadkoeffizienten gewichtet.

Algebraische Umformungen, bei denen Variablen die Seiten wechseln sind bei solchen Strukturgleichungen also nicht mehr zulässig. Das Ganze läuft in der Literatur unter Structural Equation Modeling, SEM (Pearl, 2000, S. 133 ff.).

Die Residuen bekommen nun einen neuen Sinn: Es sind die Einflüsse von bislang ungeklärten Faktoren. Also auch sie werden letztlich den Ursachen zugerechnet (Pearl, 2000, S. 140). Und ein wesentliches Merkmal dieser ungeklärten Einflüsse ist, dass sie mit den anderen Einflussgrößen derselben Gleichung nicht korreliert sind (Pearl, 2000, S. 159).

Das Aufstellen der kausalen Struktur folgt zwar nicht zwingenden Gesetzen. Bei der Erstellung des Strukturmodells können wir uns aber dennoch von den allgemeinen Merkmalen von Kausalitätsbeziehungen leiten lassen. Letztlich müssen wir das Strukturmodell als nicht beweisbare – sondern bestenfalls widerlegbare – Hypothese auffassen.

Unter einem *kompletten Kausalgraphen* wollen wir einen Kausalgraphen mit einer maximalen Anzahl von gerichteten Kanten (Pfeilen) verstehen. Ein kompletter Kausalgraph mit n Knoten (Variablen) hat $n(n-1)/2$ gerichtete Kanten.

Für komplette Kausalgraphen gilt, dass die Residuen unkorreliert sind und dass die Gleichung (Korr) exakt gilt.

Konstruktionsregeln für Kausalgraphen

Ein Kausalgraph mit n Knoten kann maximal $n(n-1)/2$ direkte Ursache-Wirkungsbeziehungen (Pfeile) haben. Bei einem Einflussgraphen mit sechs Knoten wie in Bild 3 sind es also maximal 15 Pfeile.

Ein wesentlicher Schritt der Analyse besteht in der *Ausdünnung des Kausalgraphen*, also in der Streichungen unwesentlicher Kausalbeziehungen. Auf diese Art wird die tatsächliche Kausalstruktur deutlicher herausgearbeitet.

Da wir bei der Analyse die Formeln (Korr) und (Empf) nutzen wollen, ist folgende Vorgehensweise angezeigt: Der Kausalgraph wird durch Auswahl der Ursache-Wirkungsbeziehungen (Pfeile) so festgelegt, dass

1. eine partielle Ordnung induziert wird und eine topologische Sortierung der Variablen möglich ist;
2. das Bestimmtheitsmaß der Zielgröße möglichst groß wird;
3. die Residuen untereinander möglichst gering korreliert sind;
4. die Anzahl der Ursache-Wirkungsbeziehungen (Pfeile) möglichst gering ist.

Hätte man die Beschränkung unter dem 4. Punkt nicht, ließen sich das 2. und das 3. Ziel optimal verwirklichen: Ein Bestimmtheitsmaß von eins wäre durch das Hinzunehmen von weiteren Einflussgrößen – egal welcher Art – erreichbar. Und die Korrelationen zwischen den Residuen kann man allesamt zu null machen, indem man alle mit der linearen Ordnung verträglichen Ursache-Wirkungsbeziehungen zwischen den Variablen zulässt.

Im Kausalgraphen aus Bild 3 sind nur noch 9 der 15 insgesamt möglichen Kausal-Pfeile übrig geblieben. Eine noch stärkere Reduktion des Kausalgraphen ist im Tagungsband (Grams, 2005) zu finden. Zur Kontrolle gebe ich hier die Schätzwerte für die Korrelationskoeffizienten der Residuen für diesen Graphen an.

Korrelationskoeffizienten: Schätzwerte (oben), Residuen (unten)	1 BevLog	2 AuslAnteil	3 GesSchulAnteil	4 AbiQuote	5 FrauenErw	6 MatheR
1 BevLog	1.000	0.936	0.000	0.000	0.415	0.500
2 AuslAnteil	0.000	1.000	0.000	0.000	0.535	-0.614
3 GesSchulAnteil	0.155	0.036	1.000	0.000	0.000	-0.368
4 AbiQuote	0.464	0.062	-0.067	1.000	0.390	0.000
5 FrauenErw	-0.106	0.282	0.395	0.000	1.000	0.000
6 MatheR	-0.041	0.109	0.000	-0.198	-0.026	1.000

Kausalanalyse (3. Schritt)

Interventionistische Interpretation von Kausalgraphen

Der Kausalgraph erlaubt Aussagen darüber, wie sich eine uns interessierende Größe (beispielsweise die Mathematikergebnisse) ändert, wenn man irgendeine der Einflussgrößen variiert.

Sei Y die ins Auge gefasste Zielgröße und X die Einflussgröße. Wir setzen jetzt X auf einen festen Wert x : $X = x$. Das heißt zugleich, dass die Gleichung außer Kraft gesetzt wird, die X definiert (in der X auf der linken Seite steht). In allen anderen Gleichungen wird X durch den

festen Wert x ersetzt. Diese *kontrafaktische Manipulation* des Gleichungssystems (LAs) wird mit $\text{do}(X=x)$ oder kurz $\text{do}(x)$ bezeichnet (Pearl, S. 157 ff.).

Wir schreiben $E[Y | \text{do}(X=x)]$ für den Erwartungswert der Zielgröße Y , der sich aufgrund dieser Manipulation ergibt. Ist a das Pfadaggregat für alle Pfade von X nach Y , dann gilt $E[Y | \text{do}(X=x)] = ax$. Für die Empfindlichkeit, mit der die Zielgröße auf eine Veränderung der Einflussgröße reagiert, erhalten wir die Formel (Pearl, 2000, S. 161)

$$\frac{\partial}{\partial x} E[Y | \text{do}(X = x)] = a. \quad (\text{Empf})$$

Das Pfadaggregat zwischen Einfluss- und Zielgröße ist eine Quantifizierung des Kausalzusammenhangs zwischen diesen beiden Größen. Beispiel aus dem Kausalgraphen in Bild 3:

$$\frac{\partial}{\partial x} E[\text{MatheR} | \text{do}(\text{AuslAnt} = x)] = -0.239 + 0.474 \cdot (-0.163) = -0.316.$$

Also: Vergrößert sich der Ausländeranteil (kontrafaktisch) um die Standardabweichung, dann vermindert sich das Mathematikergebnis an Realschulen um 31.6 % der Standardabweichung.

Diese Interpretation von Kausalgraphen ist kontrafaktisch insofern, als $\text{do}(X=x)$ den tatsächlichen Daten im Allgemeinen widerspricht und dass eine entsprechende Manipulation in der Praxis meist nicht durchführbar ist.

Mit den Formeln (Korr) und (Empf) liegen sinnfällige Interpretationen für Kausalgraphen vor: (Korr) erlaubt den Nachweis, dass das gewählte Strukturmodell die Sachverhalte (zumindest näherungsweise) richtig abbildet. Dazu vergleicht man die vom Strukturmodell gelieferten Korrelationskoeffizienten mit den tatsächlich beobachteten Korrelationskoeffizienten.

Die eigentliche Ursache-Wirkungsanalyse wird dann auf der Grundlage von (Empf) durchgeführt: Die Pfadaggregate sagen uns, welche Auswirkungen gewisse Manipulationen (Ursachen) haben.

Eine allgemeine Definition der Kausalität

Das Closest-World-Konzept von David Lewis ist heute weithin akzeptierte Grundlage einer *allgemeinen Definition der Kausalität* (Lewis, 1973; Collins et al., 2004).

David Lewis stellt die *kontrafaktische Implikation* (Counterfactual Conditional Operator, $\square \rightarrow$) in das Zentrum der Überlegungen. Die kontrafaktische Implikation „Kängurus haben keine Schwänze $\square \rightarrow$ Kängurus fallen um“ hat die Bedeutung „Hätten Kängurus keine Schwänze, würden sie umfallen“.

Dabei macht er klar, dass eine Welt mit schwanzlosen Kängurus gegen die Fakten geht; dass wir uns also eine Welt vorstellen müssen, die zumindest in diesem einen Punkt von der Realität abweicht. Diese Welt muss ansonsten in sich weitgehend stimmig sein, und sie muss unserer Welt weitgehend ähneln. Ansonsten wären ja auch Kängurus vorstellbar, die sich mit Krücken aufrecht halten können.

Diesen Gedanken formalisiert Lewis folgendermaßen. Er geht von einem System von Welten aus, die hinsichtlich der Ähnlichkeit par-

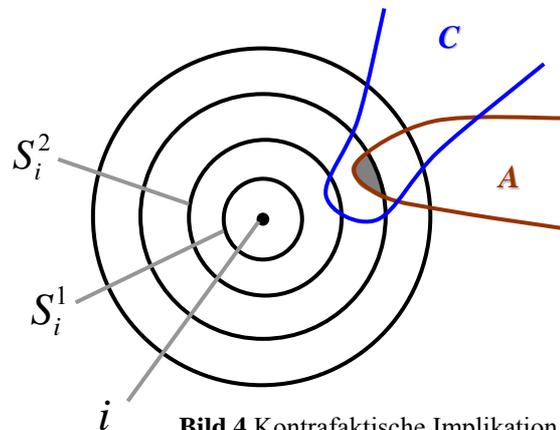


Bild 4 Kontrafaktische Implikation

tiell geordnet sind: Sie bilden Sphären um die reale Welt i herum (Bild 4). Die Ähnlichkeit mit der Welt i nimmt nach außen hin ab. Die Ähnlichkeitskriterien für die Sphären werden nach außen immer schwächer¹⁴.

Das Bild veranschaulicht die kontrafaktische Implikation „ $A \square \rightarrow C$ “ („Wäre A wahr, dann würde C daraus folgen“). Es folgt eine formale Bestimmung dieses Operators.

Die kontrafaktische Implikation $A \square \rightarrow C$ ist genau dann wahr in der Welt i mit ihren Sphären $\{i\} \subset S_i^1 \subset S_i^2 \subset S_i^3 \subset \dots$, wenn entweder

1. A in keiner der von den Sphären umfassten Welten wahr ist, oder wenn
2. es eine Sphäre S gibt, so dass A in wenigstens einer Welt dieser Sphäre wahr ist und wenn für jede Welt dieser Sphäre die Gültigkeit von A die Gültigkeit von C nach sich zieht (übliche logische Implikation).

Kausalbeziehungen werden nun allein über die kontrafaktische Implikation definiert. Bezeichnen wir beispielsweise die (kontrafaktische) Absenkung der Quote der Frauenerwerbstätigkeit mit „ \Downarrow FrauenErw“ usw., dann lassen sich die folgenden kontrafaktischen Implikationen formulieren:

\Downarrow FrauenErw $\square \rightarrow$ \nearrow MatheErg

\Downarrow AuslAnteil $\square \rightarrow$ \nearrow MatheErg

Man führe sich zur Interpretation nur vor Augen: $A \square \rightarrow C$ bedeutet, dass die logische Implikation $A \rightarrow C$ jeweils in den am wenigsten veränderten A -Welten gilt. Oder so: Verändere ich die Welt *gerade so weit*, dass A gilt, dann zieht das C nach sich.

Bei kategorialen Zusammenhängen haben wir es mit den Negationen zu tun: Dass der Steinwurf C als Ursache der zerbrochenen Scheibe E anzusehen ist, wird so formuliert: Hätte ich den Stein nicht geworfen, wäre die Scheibe nicht zersprungen. In Zeichen: $\sim C \square \rightarrow \sim E$. Dabei steht C für Ursache (Cause) und E für Effekt. Der Operator \sim ist die Negation.

Die Schwierigkeit beim Closest-World-Konzept ist das Aufspüren einer Halbordnung, bzw. das Auffinden von Kriterien für die Sphären von ähnlichen Welten. Aber es ist keineswegs so, dass diese Kriterien immer vage bleiben müssen. Nehmen wir als Beispiel die Ursachenanalyse am bewerteten Einflussgraphen aus Bild 3. Dieser Graph gehört zur realen Welt i .

Als erste Sphäre S_i^1 nehmen wir die Sphäre aller Welten, deren Modelle aus dem ursprünglichen Graphen durch *kontrafaktische Manipulation einer Einflussgröße* hergestellt werden können.

Die kontrafaktische Manipulation einer Einflussgröße geschieht dabei grundsätzlich so, wie im vorigen Unterabschnitt beschrieben: Die zu variierende Größe wird von ihren Abhängigkeiten befreit und als vollständig extern bestimmt angenommen (Bestimmtheitsmaß gleich 0). Die Abtrennung von den Einflüssen geschieht im Modell durch Löschung aller zu ihr hinführenden Pfeile. Die übrigen Pfade und Pfadparameter bleiben unverändert.

Weiter außen liegende Welten entstehen durch die Manipulation von wenigstens zwei Größen.

¹⁴ Lewis spricht von *Sphäre* und meint damit den gesamten *Kugelkörper*. Die Punkte einer solchen Sphäre repräsentieren Parallelwelten, die gewissen Ähnlichkeitskriterien genügen: Die Welten einer Sphäre werden, soweit sie nicht auch zu einer weiter innen liegenden Sphäre gehören und dementsprechend strengeren Ähnlichkeitskriterien genügen, als der Welt i gleich ähnlich angesehen. Diese Modellvorstellung ist allgemein und flexibel und bildet eine tragfähige Basis für die Definition der Kausalität.

Parallelwelten haben in diesem Fall konkrete mathematische Bedeutung. Die Notwendigkeit, lokal wirksame Wunder (miracle) einzuführen, also der begrenzte Verstoß gegen die Fakten, wird durch das $\text{do}(X=x)$ präzisiert (Pearl, 2000, S. 37, 239): „In contrast with Lewis’s theory, this account is not based on abstract notion of similarity among hypothetical worlds; rather, it rests on the actual mechanisms involved in the production of the hypothetical worlds considered“.

Nun kommt doch noch etwas Wasser in den Wein: Das Kausalitätsmodell der realen Welt schreibt bereits Kausalitätsbeziehungen fest. Kein Wunder, dass die kontrafaktische Analyse diese wieder zu Tage fördert.

Auf der anderen Seite aber schafft David Lewis’ Analyse mehr Klarheit über das Wesen des heuristischen Prinzips der kontrafaktischen Schlussfolgerung. Und das ist bei der Aufstellung von Kausalitätshypothesen anhand der eingangs zusammengestellten Merkmalsliste hilfreich (1. Schritt: Analyse der Kausalstrukturen).

Auflösung des Simpsonschen Paradoxons

Wir führen eine Kausalanalyse für das Xenophobie-Beispiel durch. Als Grundgesamtheit nehmen wir die Einwohner von Falldala. Jeder Einwohner ist durch drei Merkmale charakterisiert: A , B und C . Dieser Variablen sind Indikatorvariablen für die Aussagen „Der Einwohner ist Ausländer“, „Er hat eine Straftat begangen“ und „Er lebt im Aschental“. Eine Indikatorvariable nimmt den Wert 1 an, wenn die Aussage stimmt, und den Wert 0, wenn sie falsch ist. Auf diese Weise lassen sich kategoriale Variablen quantifizieren und zugleich wie Zufallsvariablen und -daten behandeln.

Ein Ausdruck a mit Indikatorvariablen steht für die Erfüllungsmenge dieses Ausdrucks, das sind alle Wertebelegungen, die für a den Wert 1 ergeben, und $P(a)$ steht für deren Wahrscheinlichkeit¹⁵.

Der Ausdruck $A=1$ “ oder auch nur „ A “ steht also für die Aussage „Der Einwohner ist Ausländer“ und der Ausdruck „ $B=0$ “ bzw. „ $\neg B$ “ steht für die Aussage, „Der Einwohner hat keine Straftat begangen“. (Der Einfachheit halber wollen wir die Zahl der Straftaten der Anzahl von Straftätern gleich setzen.)

$P(a)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der (boolesche) Ausdruck a den Wert 1 (wahr) hat.

Die Kriminalitätsstatistik von Falldala liefert die folgenden Wahrscheinlichkeitswerte: $P(A)=0.3$, das ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Einwohner Ausländer ist. Entsprechend erhalten wir $P(B)=0.0055$, $P(C)=0.5$, $P(AB)=0.00255$ (das ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Einwohner Ausländer ist und eine Straftat begangen hat), $P(AC)=0.25$, und $P(BC)=0.005$.

Daraus ergeben sich die Korrelationskoeffizienten und Standardabweichungen der folgenden Tabelle und die Pfadkoeffizienten des Kausalgraphen, Bild 5.

	Korrelationskoeffizienten			Standardabweichung
	A	B	C	
A (Ausländer)	1.000	0.027	0.436	0.458
B (Straftat)	0.027	1.000	0.061	0.074
C (Aschental)	0.436	0.061	1.000	0.500

¹⁵ Zur Erinnerung (Grams, 2001, S. 42 ff.): Die grundlegenden booleschen Operatoren sind $A \wedge B = A \cdot B = AB$ (Konjunktion, Produkt), $A \vee B = A + B - AB$ (Disjunktion) und $\neg A = 1 - A$ (Negation).

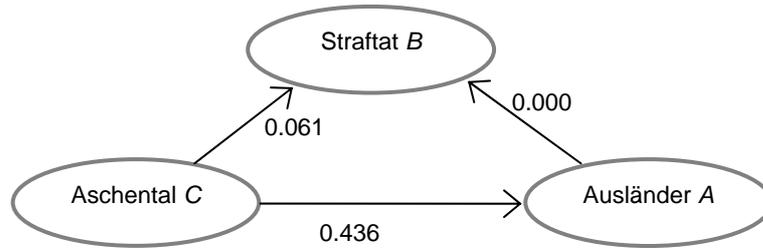


Bild 5 Kausalgraph für das Xenophobie-Beispiel (standardisierte Variablen)

Die hier angewandte Pfadanalyse ist den kategorialen Variablen nicht angemessen. Besser ist es, die Wahrscheinlichkeitsverteilungen direkt zu betrachten. Lassen wir in Bild 5 die Bewertung durch Pfadkoeffizienten weg, bleibt die Darstellung der Kausalstruktur übrig. Entsprechend dieser Kausalstruktur führen wir eine Zerlegung der Wahrscheinlichkeiten durch:

$$P(abc) = P(c) \cdot P(a|c) \cdot P(b|ac). \quad (\text{Zerl})$$

Darin steht beispielsweise a für $A=0$ oder auch für $A=1$. Mit a , b und c werden also bestimmte Wertebelegungen der Variablen bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen lassen sich wiederum der Kriminalstatistik von Falldala entnehmen. Die Abbildung dieser Zerlegung auf die Kausalstruktur des Graphen ist ein *Bayessches* Netz (Pearl, 2000, S. 15; Spies, 1993, S. 92 ff.).

Kausalzusammenhänge werden auch für Bayessche Netze mittels Intervention definiert: Man setzt die Variable, deren Auswirkungen man untersuchen will, auf einen Wert fest und untersucht, wie sich die Variation dieses Wertes auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielvariablen auswirkt. Die Abhängigkeit der manipulierten Variablen von anderen Variablen muss man dabei unterdrücken.

Wir wollen nun beispielsweise wissen, wie sich in Falldala das „Ausländersein“ (A) auf die „Straffälligkeit“ (B) auswirkt. Dazu berechnen wir die durch Intervention $do(a)$ sich ergebende Wahrscheinlichkeitsverteilung der übrigen Variablen:

$$P(bc|do(a)) = P(c) \cdot P(b|c \cdot do(a))$$

Im Zuge der Intervention haben wir in der Zerlegung (Zerl) den Faktor $P(a|c)$ durch 1 ersetzt, denn wir wollen a ja „bedingungslos“ manipulieren. Hier sieht man, dass die Wirkung einer Intervention nicht allein von den Wahrscheinlichkeitsverteilungen abhängt, sondern auch von deren Zerlegung (Zerl). Die gewählte Kausalstruktur hat also wesentlichen Einfluss auf das Analyseergebnis.

Die uns interessierende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wirkung B in Abhängigkeit von der Ursache A ergibt sich daraus zu

$$P(b|do(a)) = \sum_c P(bc|do(a)) = \sum_c P(c) \cdot P(b|c \cdot do(a))$$

Demgegenüber erhalten wir für die bedingte Wahrscheinlichkeit die Formel

$$P(b|a) = \sum_c P(bc|a) = \sum_c P(abc)/P(a) = \sum_c P(c) \cdot P(a|c) \cdot P(b|ac)/P(a).$$

$P(b do(a))$	$do(A=0)$	$do(A=1)$
$B=0$	0.994500	0.994500
$B=1$	0.005500	0.005500

$P(b a)$	$A=0$	$A=1$
$B=0$	0.995786	0.991500
$B=1$	0.004214	0.008500

Das Interventionsmodell (obere Tabelle) gibt die Kausalbeziehung richtig wieder. Falsch dagegen ist es, die ursächliche Auswirkung des „Ausländerseins“ auf die „Straffälligkeit“ aus der bedingten Wahrscheinlichkeit zu ermitteln (untere Tabelle). Die bedingte Wahrscheinlichkeit rechnet nämlich den Einfluss des Ausländerseins auf die Wohnortwahl (Aschental oder Innenstadt) mit ein. Und genau diese Wohnortwahl muss bei der gewählten Fragestellung außer Betracht bleiben (Pearl, 2000, S. 180)¹⁶.

Schließlich wollen wir uns das Beispiel noch im Lichte des *Prinzips des gemeinsamen Grundes* ansehen. Zunächst stellen wir fest, dass die Ereignisse *A* und *B* offenbar häufig zusammentreffen, es gilt nämlich $P(A) \cdot P(B) = 0.0018 < 0.003 = P(AB)$. Die Wahrscheinlichkeiten $P(AB|C) = 0.005$, $P(AB|\neg C) = 0.0001$, $P(A|C) = 0.5$, $P(B|C) = 0.01$, $P(A|\neg C) = 0.1$ und $P(B|\neg C) = 0.001$ erfüllen die Bedingungen (CC1-CC4). Das Ereignis *C* ist gemeinsame Ursache von *A* und *B*.

Anwendung: Kausalanalyse der Matheschwäche mittels dreier Strukturmodelle

Die wesentliche Aussage über Kausalzusammenhänge liefern die Pfadkoeffizienten: Sie sagen, wie stark sich eine (kontrafaktische) Änderung der Einflussgröße auf die Zielgröße auswirkt. Der Pfadkoeffizient ist vom gewählten Strukturmodell abhängig. Es ist also für die Aussagekraft von ausschlaggebender Bedeutung, welches Strukturmodell man gewählt hat und wie gut diese Wahl begründet ist.

Wir wollen uns die Ergebnisse für drei der bisher untersuchten Modelle für die Mathematikergebnisse an Realschulen einmal genauer anschauen und miteinander vergleichen. Die drei Modelle sind

Modell 0: der komplette Kausalgraph

Modell 1: der Kausalgraph aus dem Seminarbericht

Modell 2: der Kausalgraph aus Bild 3

Es folgt eine Übersicht über die (ursprünglichen) Korrelationskoeffizienten und die Pfadaggregate für die Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen und der Zielgröße Mather.

Zielgröße: Mather	Pfadaggregate			Korrelationskoeffizienten	
	Einflussgrößen	Modell 2	Modell 1		Modell 0
BevLog		-0.610	-0.591	-0.658	-0.658
AuslAnteil (R)		-0.316	-0.632	-0.452	-0.671
GesSchulAnteil		-0.376	-0.368	-0.367	-0.465
AbiQuote		-0.071	0.000	-0.157	-0.383
FrauenErw		-0.163	-0.337	-0.058	-0.607

Das Modell 1 reproduziert die Korrelationskoeffizienten am schlechtesten. Optimal ist in dieser Hinsicht Modell 0, aber da klemmt es bekanntlich an anderer Stelle: Überbestimmtheit und Phantomeffekte können das Ergebnis verfälschen.

Einen guten Kompromiss stellt das Modell 2 (Bild 3) dar: Die Residuen des Modells sind weitgehend unkorreliert und die Korrelationskoeffizienten der Variablen werden vergleichsweise gut reproduziert.

Die Bevölkerungsdichte ist nach diesem Modell die dominierende Ursache für die schlechten Mathematikergebnisse an Realschulen. Allerdings wirkt sie sich weniger direkt als mittelbar

¹⁶ Siehe dazu auch Newcombs Paradoxon (Pearl, S. 108, S. 157).

über andere Pfade – unter anderem den Ausländeranteil – aus. Der übrig bleibende – sozusagen eigenständige – Einfluss des Ausländeranteils ist dadurch vergleichsweise gering.

Im Unterschied zur Lage bei den Hauptschulen spielt bei den Realschulen der Gesamtschulanteil eine größere Rolle: Ein hoher Gesamtschulanteil kommt als Grund für schlechte Leistungen an Realschulen in Frage. Ebenfalls anders als bei den Hauptschulen kann die Frauenerwerbstätigkeit hier nicht für die schlechten Leistungen verantwortlich gemacht werden.

Verwandte Konzepte

Einflusseliminierung durch partielle Korrelation

Der Einflussgraph hat es bisher nicht erlaubt, die Einflüsse von Bevölkerungsdichte, Ausländeranteil und Frauenerwerbstätigkeit auf die Schulleistungen sauber voneinander zu trennen.

Wir wollen jetzt diesen Sachverhalt genauer untersuchen und werden dazu auf die einfache Korrelation zurückgreifen. Allerdings erweitern wir die Methode jetzt: Hat eine Variable Einfluss auf mehrere andere, so wollen wir deren Einfluss eliminieren und dadurch den verbleibenden Einfluss der übrigen Variablen weiter herauschälen.

Sehen wir uns die Vorgehensweise am Beispiel der Zusammenhänge zwischen den Merkmalen Mathematik-Ergebnisse an Realschulen, Ausländeranteil an Realschulen und logarithmierte Bevölkerungsdichte an. Wir starten mit einem vereinfachten Einflussgraphen (Bild 6).

Auffällig ist der starke positive Zusammenhang zwischen dem Ausländeranteil und der Bevölkerungsdichte („Ausländer zieht es in die Ballungsgebiete“). Die Korrelationskoeffizienten zeigen auch, dass bereits der Einfluss der Bevölkerungsdichte oder der Einfluss des Ausländeranteils jeder für sich allein die Streuung der Mathematikergebnisse weitgehend erklären kann (Bestimmtheitsmaße 0.43 bzw. 0.45).

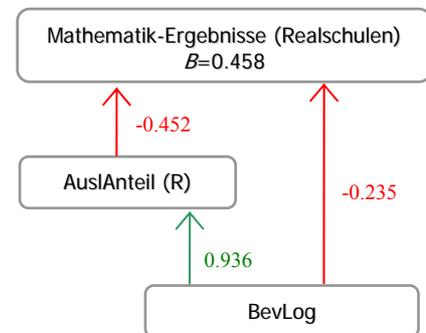


Bild 6 Vereinfachter Einflussgraph

Wir wollen nun den Einfluss, den die Bevölkerungsdichte Z auf die Mathematik-Ergebnisse Y einerseits und den Ausländeranteil X andererseits hat, eliminieren. Dazu bilden wir mittels linearer Regressionsanalyse sowohl für X als auch für Y die Schätzgrößen auf der Basis der Einflussgröße Z und schließlich durch Subtraktion die Residuen. Der Korrelationskoeffizient der Residuen ist der *partielle Korrelationskoeffizient* $r_{XY \cdot Z}$. Er ist ein Maß für den Zusammenhang der Variablen X und Y nach Eliminierung (Kontrolle) des Einflusses der Variablen Z . Es gilt

$$r_{XY \cdot Z} = \frac{r_{XY} - r_{XZ} \cdot r_{YZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 - r_{YZ}^2}}. \quad (\text{PK})$$

Das ganze Verfahren lässt sich mittels Mehrfachregression auf eine beliebige Zahl von Kontrollvariablen ausweiten. Der partielle Korrelationskoeffizient gibt ganz allgemein den Grad der Abhängigkeit zwischen zwei Variablen an, wobei die übrigen Variablen (Kontrollvariablen) quasi konstant gehalten werden.

Man mache sich die Struktur der Gleichung (PK) klar: Der Zähler besagt, dass der partielle Korrelationskoeffizient zweier Variablen bezüglich einer Kontrollvariablen im Wesentlichen gegeben ist durch den Korrelationskoeffizienten der beiden Variablen (r_{XY}) vermindert um das Produkt der Korrelationskoeffizienten, die die Stärke des Zusammenhangs zwischen einer jeden der Variablen einerseits und der Kontrollvariablen andererseits angeben (r_{XZ} , und r_{YZ}).

Der Nenner sorgt nur noch für eine betragsmäßige Vergrößerung dieser Zahl. Die Vergrößerung fällt umso stärker aus, je größer der Zusammenhang zwischen den Variablen und der Kontrollvariablen ist.

Im Beispiel ergibt sich zwischen Ausländeranteil und Mathematik-Ergebnissen bei Kontrolle des Einflusses der Bevölkerungsdichte ein partieller Korrelationskoeffizient von $r_{XY.Z} = -0.212$. Es bleibt also immer noch ein geringer – von der Bevölkerungsdichte unabhängiger – negativer Einfluss des Ausländeranteils.

In den Tabellen 1 und 3 sind die Korrelationskoeffizienten zwischen Einfluss- und Zielgrößen dargestellt. Dazu kommen die partiellen Korrelationskoeffizienten für die Fälle, dass gewisse Einflussgrößen kontrolliert werden: einmal die Bevölkerungsdichte allein, dann diese zusammen mit dem Ausländeranteil. Die Tabellen 2 und 4 stellen die Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen dar.

Die Tabellen zeigen: Es gibt offenbar einen relativ starken Zusammenhang zwischen der Bevölkerungsdichte, dem Ausländeranteil und der Frauenerwerbstätigkeit. Der Einfluss der Bevölkerungsdichte auf die Abiturientenquote ist vorhanden aber deutlich geringer. Auf den Gesamtschulanteil ist die Bevölkerungsdichte ohne Einfluss.

Dieser Sachverhalt schlägt sich in den relativen Korrelationskoeffizienten nieder, die sich ergeben, wenn man Effekte der Bevölkerungsdichte kontrolliert, ihre Auswirkungen also herausrechnet.

Während an Haupt- und an Realschulen der Einfluss des Ausländeranteils bei kontrollierter Bevölkerungsdichte relativ gering ist, gilt das für die Frauenerwerbstätigkeit nur für die Realschulen. (Beim Bestimmtheitsmaß fällt der Unterschied noch krasser aus.) Die Hauptschulen machen die Ausnahme: Die Einflüsse der Frauenerwerbstätigkeit sind auch bei kontrollierter Bevölkerungsdichte relativ groß, insbesondere gilt das für die Schulleistungen in Deutsch.

Folgerung 1: Sowohl der Ausländeranteil als auch die Frauenerwerbstätigkeit haben negativen Einfluss auf die Schulleistungen. Beide Einflüsse sind mit der Bevölkerungsdichte korreliert – im Falle des Ausländeranteils sogar sehr stark.

Folgerung 2: Es gibt einen positiven Zusammenhang zwischen Frauenerwerbstätigkeit und Abiturientenquote und dieser Zusammenhang bleibt erhalten, wenn man die Einflüsse der Bevölkerungsdichte und des Ausländeranteils eliminiert.

Folgerung 3: Der Gesamtschulanteil hat negative Auswirkungen auf die Schulleistungen an Realschulen, während die Abiturientenquote die Schulleistungen an den Hauptschulen drückt, und zwar unabhängig von den anderen Merkmalen.

Hin und wieder wird die These vertreten, das schlechte Abschneiden der Gesamtschulen liege daran, dass sich die Ausländer weniger an Gymnasien und eher an Gesamtschulen wieder finden. Das wird durch die Daten nicht belegt: Der Gesamtschulanteil ist mit keiner der anderen Einflussgrößen auffällig korreliert. Und der negative Einfluss auf die Leistungen an Realschulen bleibt erhalten, wenn man zusätzlich zur Bevölkerungsdichte die Effekte des Ausländeranteils kontrolliert.

Folgerung 4: Die negativen Auswirkungen des Gesamtschulanteils auf die Schulleistungen an Realschulen sind weitgehend unabhängig von den anderen Einflussgrößen. Auffällig ist, dass es auch keinen positiven Zusammenhang mit der Abiturientenquote gibt.

Tabelle 1 Einflüsse auf die Leistungen an Hauptschulen

Korrelationskoeffizienten	AuslAnteil (H)	GesSchulAnteil	AbiQuote	FrauenErw	BevLog
Mathe (H)	-0.765	-0.329	-0.601	-0.674	-0.731
Deutsch (H)	-0.298	0.059	-0.524	-0.582	-0.225
Mathe (H)	-0.329	-0.320	-0.433	-0.415	Kontrollvariable
Deutsch (H)	-0.306	0.098	-0.485	-0.577	Kontrollvariable
Mathe (H)	Kontrollvariable	-0.259	-0.574	-0.413	Kontrollvariable
Deutsch (H)	Kontrollvariable	0.190	-0.619	-0.582	Kontrollvariable
Mathe (H)	Kontrollvariable	-0.177	-0.457	Kontrollvariable	Kontrollvariable
Deutsch (H)	Kontrollvariable	0.426	-0.445	Kontrollvariable	Kontrollvariable

Tabelle 2 Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen (Hauptschulen)

Korrelationskoeffizienten	AuslAnteil (H)	GesSchulAnteil	AbiQuote	FrauenErw	BevLog
AuslAnteil (H)	1.000	0.217	0.381	0.610	0.962
GesSchulAnteil	0.217	1.000	-0.067	0.299	0.155
AbiQuote	0.381	-0.067	1.000	0.634	0.464
FrauenErw	0.610	0.299	0.634	1.000	0.616
BevLog	0.962	0.155	0.464	0.616	1.000
AuslAnteil (H)	1.000	0.251	-0.269	0.080	Kontrollvariable
GesSchulAnteil	0.251	1.000	-0.159	0.261	Kontrollvariable
AbiQuote	-0.269	-0.159	1.000	0.499	Kontrollvariable
FrauenErw	0.080	0.261	0.499	1.000	Kontrollvariable
GesSchulAnteil	Kontrollvariable	1.000	-0.098	0.250	Kontrollvariable
AbiQuote	Kontrollvariable	-0.098	1.000	0.542	Kontrollvariable
FrauenErw	Kontrollvariable	0.250	0.542	1.000	Kontrollvariable

Tabelle 3 Einflüsse auf die Leistungen an Realschulen

Korrelationskoeffizienten	AuslAnteil (R)	GesSchulAnteil	AbiQuote	FrauenErw	BevLog
Mathe (R)	-0.671	-0.465	-0.383	-0.607	-0.658
Deutsch (R)	-0.565	-0.414	-0.379	-0.471	-0.496
Mathe (R)	-0.212	-0.488	-0.116	-0.340	Kontrollvariable
Deutsch (R)	-0.328	-0.393	-0.194	-0.242	Kontrollvariable
Mathe (R)	Kontrollvariable	-0.491	-0.104	-0.278	Kontrollvariable
Deutsch (R)	Kontrollvariable	-0.404	-0.181	-0.099	Kontrollvariable
Mathe (R)	Kontrollvariable	-0.449	0.054	Kontrollvariable	Kontrollvariable
Deutsch (R)	Kontrollvariable	-0.393	-0.152	Kontrollvariable	Kontrollvariable

Tabelle 4 Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen (Realschulen)

Korrelationskoeffizienten	AuslAnteil (R)	GesSchulAnteil	AbiQuote	FrauenErw	BevLog
AuslAnteil (R)	1.000	0.158	0.456	0.712	0.936
GesSchulAnteil	0.158	1.000	-0.067	0.299	0.155
AbiQuote	0.456	-0.067	1.000	0.634	0.464
FrauenErw	0.712	0.299	0.634	1.000	0.616
BevLog	0.936	0.155	0.464	0.616	1.000
AuslAnteil (R)	1.000	0.036	0.071	0.489	Kontrollvariable
GesSchulAnteil	0.036	1.000	-0.159	0.261	Kontrollvariable
AbiQuote	0.071	-0.159	1.000	0.499	Kontrollvariable
FrauenErw	0.489	0.261	0.499	1.000	Kontrollvariable
GesSchulAnteil	Kontrollvariable	1.000	-0.162	0.279	Kontrollvariable
AbiQuote	Kontrollvariable	-0.162	1.000	0.534	Kontrollvariable
FrauenErw	Kontrollvariable	0.279	0.534	1.000	Kontrollvariable

Die Regel von Wright (Wright's Rule)

Unter der Bedingung, dass die Residuen vollständig unkorreliert sind, enthält der bewertete Kausalgraph sämtliche statistischen Informationen. Insbesondere lassen sich über die Formel (Korr) die Korrelationskoeffizienten aus dem Kausalgraphen zurückgewinnen.

Das Gleichungssystem (LAa) gestattet die Darstellung als Kausalgraph. Dazu führen wir die standardisierten Größen ein:

$$b_{ik} = a_{ik} \sqrt{1 - B_k} \text{ und } E_k = \frac{R_k}{\sqrt{1 - B_k}}$$

Bild 7 zeigt ein Beispiel mit drei Variablen und drei Residuen¹⁷. Die Residuen sind hier in den Kausalgraphen mit aufgenommen, so dass alle Knoten entweder das Bestimmtheitsmaß eins (X_i) oder das Bestimmtheitsmaß null (E_i) haben.

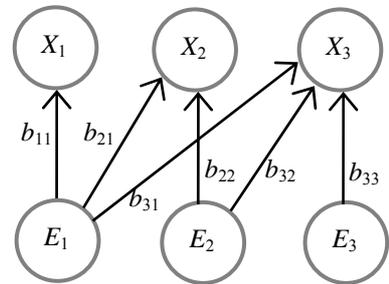


Bild 7 Einfacher Kausalgraph

Für derartig einfach strukturierte Kausalgraphen (Bild 7) gilt die

Regel zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten aus den Pfadkoeffizienten (Wright, 1921): Es ist $r_{ji} = \sum_k v(\Phi_k)$, wo jedes Φ_k ein nicht gerichteter Pfad zwischen X_i und X_j ist

derart, dass er keine Variable zweifach enthält. Die Bewertung v ist gegeben durch $v(\Phi_k) = \prod_{nm} p_{nm}$, wobei das Produkt der Pfadkoeffizienten p_{nm} über alle Kausalbeziehungen $X_m \rightarrow X_n$ aus Φ_k läuft.

Die Regel lässt gilt aber auch für weitere Strukturen. Hier soll nur noch ein Beispiel aus dem Aufsatz von Wright (1921) angegeben werden, das dies verdeutlicht (Bild 8).

Zu bestimmen ist der Korrelationskoeffizient r_{XY} . Die Einflussgrößen A, B und C sind externe Ursachen, die voneinander statistisch unabhängig sind.

Wir setzen alle Variablen als standardisiert voraus. Es ist

$$X = amA + (bm + b'n)B + cnC + R_X$$

$$Y = am'A + (bm'+b'n')B + cn'C + R_Y.$$

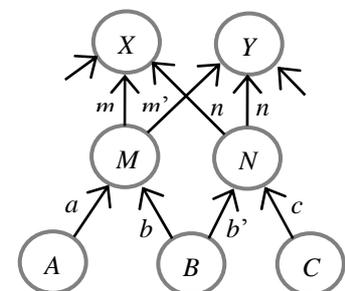


Bild 8 Wrights Beispiel

¹⁷ Alle Residuen sind in den Kausalgraphen aufgenommen. Die E_j haben ein Bestimmtheitsmaß von null und die X_i sind durch ihre Einflussgrößen vollständig bestimmt. Pfadkoeffizienten sind die a_{ij} .

Wegen $a^2+b^2 = 1$ und $b'^2+c^2=1$ gilt

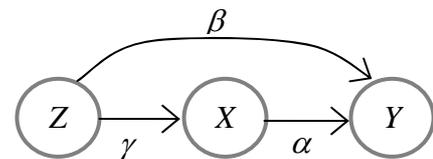
$$\begin{aligned} r_{XY} &= amam' + (bm + b'n)(bm' + b'n') + cn cn' \\ &= a^2mm' + b^2mm' + bb'(nn' + m'n) + b'^2nn' + c^2nn' \\ &= mm' + nb'bn' + m'bb'n + nn' \end{aligned}$$

Die letzte Zeile hätte man bei Anwendung der Wrightschen Regel erhalten.

Pfadkoeffizienten und partielle Korrelation – Graphische Strukturanalyse

In diesem Abschnitt wollen wir vorübergehend die Bedingung fallen lassen, dass die Variablen standardisiert sind. Wir setzen nur voraus, dass sie zentriert sind, also den Erwartungswert null haben. Für die Pfadkoeffizienten setzen wir dementsprechend die (nicht standardisierten) Regressionskoeffizienten ein.

Gegeben ist der Kausalgraph aus Bild 9. Der Pfadkoeffizient $Z \rightarrow X$ ist Ergebnis der einfachen Regressionsrechnung: $\gamma = r_{XZ} \cdot \frac{\sigma_X}{\sigma_Z}$. Die Pfadkoeffizienten α und β sind



Ergebnis der Mehrfachregression:

$$\alpha = \frac{r_{XY} - r_{XZ} r_{YZ}}{1 - r_{XZ}^2} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}, \quad \beta = \frac{r_{YZ} - r_{XZ} r_{XY}}{1 - r_{XZ}^2} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_Z}.$$

Bild 9 Einfacher Kausalgraph (nicht standardisiert)

Nun eliminieren wir den Einfluss der Variablen Z auf die Variablen X und Y mittels einfacher Regressionsrechnung. Die Residuen von X und Y nach der Elimination des Einflusses von Z bezeichnen wir mit X' und Y': $X' = X - r_{XZ} \cdot \frac{\sigma_X}{\sigma_Z} \cdot Z$ und $Y' = Y - r_{YZ} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_Z} \cdot Z$. Die Größen ha-

ben die Standardabweichungen $\sigma_{X'} = \sigma_X \cdot \sqrt{1 - r_{XZ}^2}$ bzw. $\sigma_{Y'} = \sigma_Y \cdot \sqrt{1 - r_{YZ}^2}$.

Die nach Elimination von Z noch bestehende Kausalitätsbeziehung $X' \rightarrow Y'$ hat den (nicht standardisierten) Pfadkoeffizienten $r_{X'Y'} \frac{\sigma_{Y'}}{\sigma_{X'}}$, wobei $r_{X'Y'}$ gleich dem der partiellen Korrelationskoeffizient zwischen X und Y nach Elimination des Einflusses von Z ist:

$$r_{X'Y'} = \frac{E[X'Y']}{\sigma_{X'} \sigma_{Y'}} = \frac{r_{XY} - r_{XZ} r_{YZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2} \sqrt{1 - r_{YZ}^2}} = r_{XY \cdot Z}.$$

Der nicht standardisierte Pfadkoeffizient von $X' \rightarrow Y'$ ist gleich

$$\alpha' = r_{X'Y'} \frac{\sigma_{Y'}}{\sigma_{X'}} = \frac{r_{XY} - r_{XZ} r_{YZ}}{1 - r_{XZ}^2} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = \alpha.$$

Die Eliminierung des Einflusses von Z lässt also den nicht standardisierten Pfadkoeffizienten ($X \rightarrow Y$ bzw. $X' \rightarrow Y'$) unverändert. Diese Zusammenhänge zwischen den Regressionskoeffizienten und den partiellen Korrelationskoeffizienten bilden die Basis der Parameteridentifizierung in graphischen Strukturmodellen (Pearl 2000, S. 133 ff.).

Uns interessiert dieser Zusammenhang hier insofern, als er eine tiefere Einsicht in das Wesen der Pfadkoeffizienten bietet. Außerdem wird die Verbindung hergestellt zwischen der Pfadanalyse und der sukzessiven Einflusseliminierung.

Was nun also ist Ursache, was Wirkung?

Kritische Anmerkungen zur strukturellen Kausalitätsanalyse

Die Frage nach der Ursache ist erst dann zu stellen, wenn man die zu Grunde liegende Struktur kennt. Die Frage nach der Struktur hat meist viele Antworten. Kann die strukturelle Kausalitätsanalyse mehr sein als ein Lesen im Kaffeesatz auf hohem mathematischem Niveau?

Die Kausalitätsaussagen beruhen auf der Manipulation von Kausalmodellen, die aus mathematischen Gleichungen gewonnen sind. Aber: Zu einem Satz von mathematischen Gleichungen passen sehr viele Strukturmodelle und die Kausalitätsaussagen hängen von der mehr oder minder willkürlichen Wahl des Strukturmodells ab.

Pearl entwickelt den Gedanken der strukturellen Kausalität am Beispiel logischer Schaltungen. Nehmen wir zum Beispiel die logische Gleichung $z = a \wedge b \vee \neg a \wedge \neg b$. Sie lässt sich in vielen Variationen als Schaltnetz realisieren. Ich wähle hier einmal drei davon aus (Bild 10).

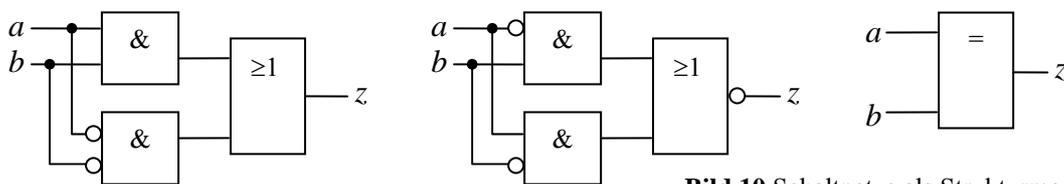


Bild 10 Schaltnetze als Strukturmodelle

Pearl (2000, S. 345) meint: „These diagrams capture, in my opinion, the very essence of causation – the ability to predict the consequences of abnormal eventualities and new manipulations.“

Die von Pearl angesprochene Vorgehensweise ist in der Sicherheitstechnik wohlbekannt (Grams, 2001, S. 37): In der Sicherheitstechnik werden zur Realisierung eines Gleichungssystems genau solche Schaltungsrealisierungen ausgewählt, die auf Komponentenfehler in bestimmter Weise reagieren.

Aber offenbar ist in der Sicherheitstechnik die Frage genau anders herum gerichtet als in der Ursachenforschung. Es wird nämlich danach gefragt, wie gewisse Systeme auf Fehler reagieren. Und es werden genau solche (Schaltungs-)Modelle ausgewählt, die *sicher* sind in dem Sinne, dass Fehler keinen größeren Schaden anrichten können. Die Aussagen betreffen das gewählte Modell, nicht aber die zugrunde liegenden Gleichungen (Gesetze, Theorien, Spezifikationen). Und in der Sicherheitstechnik ist die richtige *Auswahl des Modells* Ziel der Aktion.

In der Ursachenforschung will man demgegenüber aus dem Studium des Modells *Aussagen über die Wirklichkeit* gewinnen. Diesen Unterschied gilt es, im Auge zu behalten.

Innerhalb eines Kausalmodells sind Interventionen klar und deutlich definiert. Kontrafaktische Schlussfolgerungen lassen sich in die Sprache des Modells übersetzen und dort ausprobieren. Die entsprechenden Manipulationen sind *faktisch durchführbar*, ihre Auswirkungen messbar.

Aber vergessen wir nicht: Die Resultate sind von begrenztem Wert. Denn es bleibt ja immer noch die Frage, wie gut das Kausalmodell zur (hypothetischen) Wirklichkeit passt. Gerade in der Ursachenforschung droht die Gefahr, Aussagen über das Modell mit Aussagen über die

Wirklichkeit zu verwechseln. Und damit würden wir dann wieder in die Denkfalle „Kausalitätserwartung“ stolpern¹⁸.

Die Tatsache, dass im Zentrum der Analyse ein Strukturmodell der Kausalität steht, engt den Betrachtungshorizont gewaltig ein. Die Frage liegt nahe: Gibt es andere, umfassendere Ansätze der Kausalität? Ja, die gibt es. Das Closest-World-Konzept von David Lewis ist eins davon.

Eine ganze Reihe von Philosophen widmet sich dem Thema Kausalität. So weit ich sehen kann, sind diese Philosophen mit ihren umfassenden Ansätzen nicht besser dran als die „Techniker“: Konzepte kommen und gehen, je nachdem, welche Fallbeispielen gerade in der Diskussion sind und welche Rolle man der Intuition zuzumessen gewillt ist¹⁹. Mit Entlastung und Entscheidungshilfe im konkreten Fall ist von dieser Seite eher nicht zu rechnen.

Konstruktion der Ursache und faktische Manipulierbarkeit

Wenn wir kontrafaktisch argumentieren müssen, haben wir die uns interessierende Ursache noch nicht gefunden. Denn wir wollen ja beeinflussen, indem wir die Ursache manipulieren.

Ausländeranteil und die Frauenerwerbstätigkeit haben wir als mögliche Ursachen für die schlechten Mathematik-Leistungen in Betracht gezogen. Die Ursachenanalyse beruht auf kontrafaktischer Manipulation. Für eine Verbesserung der Situation brauchen wir aber Größen, die unabhängig von anderen Einflussgrößen manipulierbar sind. Wir suchen nach Faktoren, die eine *Entkopplung* von anderen Einflussfaktoren leisten. Das können verborgene Faktoren sein, also Faktoren, die von den amtlichen Statistiken nicht erfasst werden.

Ich verfolge jetzt einen konstruktiven Ansatz der Kausalität, der es erlaubt, die „Stellschrauben“ zu identifizieren, mit denen sich positive Effekte erzielen lassen.

Offenbar ist die weitere Suche nach Ursachen dabei nicht sehr viel versprechend. Denn: wenn sich schon Frauenerwerbstätigkeit und Ausländeranteil als starr erweisen, werden es deren Ursachen wohl auch sein. Eher aussichtsreich ist es, nach *mittelbaren Effekten* zu forschen, die die Entkopplung leisten können.

Es spricht einiges dafür, dass der Grad der persönlichen und gesellschaftlichen *Zuwendung* ein solcher entkoppelnder Faktor ist. Ich meine damit die *Zuwendung*, die Kinder in der Familie, im Kindergarten und in der Schule erfahren. Lassen wir hier einmal offen, wie diese *Zuwendung* zu messen ist.

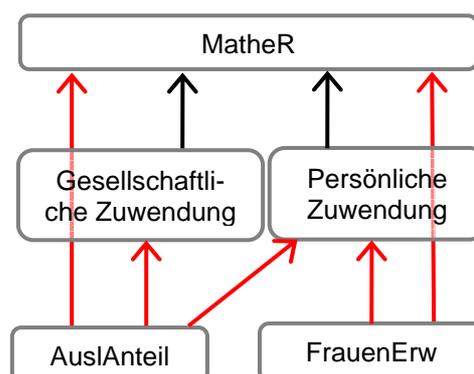


Bild 11 Erweiterte Sicht der Dinge

¹⁸ “It may seem strange that we are trying to understand causality using causal models, which clearly already encode causal relationships... It is not always straightforward to decide what the ‘right’ causal model is in a given situation, nor that it is always obvious which of two causal models is ‘better’ in some sense. These may be difficult decisions and often lie at the heart of determining actual causality in the real world. Nevertheless, we believe that the tools we provide her should help in making principled decisions about those choices” (Halpern, Pearl, 2005)

¹⁹ „Work on philosophy of causation is, not surprisingly, heavily driven by intuitions about cases. Standard procedure often seems to be the following: A philosopher proposes a new analysis of causation, showing how it delivers the intuitively correct results about a wide range of cases. But then novel cases are proposed, and intuitions about them exhibited that run counter to the given theory – at which point, either refinements are added to accommodate the recalcitrant ‘data’, or it’s back to the drawing board” (Collins/Hall/Paul, 2004, p. 30).

Wir enthalten auf diese Weise eine Zwischenebene, die den Einfluss der Frauenerwerbstätigkeit und des Ausländeranteils auf die Schulleistungen vermittelt (Bild 11).

Von ausschlaggebender Bedeutung ist, dass die neu eingeführten Variablen für die gesellschaftliche und persönliche Zuwendung nicht vollständig durch den Ausländeranteil und die Frauenerwerbstätigkeit bestimmt sind. Diese Faktoren sind also weniger starr und grundsätzlich durch Politik beeinflussbar. Andere Länder zeigen uns, wie das geht, zum Beispiel Schweden.

Literaturverzeichnis

- Aho, A. V.; Hopcroft, J. E.; Ullman, J. D.: Data Structures and Algorithms. Addison-Wesley, Reading, Mass. 1983
- Collins, J.; Hall, N.; Paul, L. A.: Causation and Counterfactuals. MIT Press 2004
- Grams, T.: Grundlagen des Qualitäts- und Risikomanagements. Zuverlässigkeit, Sicherheit, Bedienbarkeit. Vieweg Praxiswissen, Braunschweig, Wiesbaden 2001
- Grams, T.: Mathematischer Analphabetismus. Eine statistische Analyse hessischer Abschlussarbeiten. Beitrag zum Fuldaer Elektrotechnik-Seminar 2005. Tagungsband:
<http://www.fh-fulda.de/~grams/BildungWissenschaft/TgngsbndMatheSchwach.pdf>
- Halpern, J. Y.; Pearl, J.: Causes and Explanations: A Structural-Model Approach. 17. September 2005.
(<http://www.cs.cornell.edu/home/halpern>; <http://www.cs.ucla.edu/~judea>)
- Lewis, D.: Counterfactuals. Harvard University Press 1973
- Pearl, J.: Causality. Cambridge University Press 2000
- Popper, K.: Objektive Erkenntnis. Ein evolutionärer Entwurf. Hoffmann und Campe, Hamburg, 1973
- Reichenbach, H.: The Direction of Time. University of California Press 1956
- Székely, G. J.: Paradoxa. Klassische und neue Überraschungen aus Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematischer Statistik. Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/M. 1990
- Spies, M.: Unsicheres Wissen. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 1993 (S. 36 ff., S. 92 ff.)
- Wright, S.: Correlation and causation. Journal of Agricultural Research 20 (1921) 7, 557-585