Studium und Beruf: Welche Mathematik wird gebraucht?

Vortragsmanuskript

Timm Grams, Hochschule Fulda, www.hs-fulda.de/~grams
24.5.2007 (letzte Überarbeitung: 18.12.2008)

Mathematik – besonders die Schulmathematik – erscheint Vielen als von der alltäglichen Erlebniswelt losgelöstes Hantieren mit Symbolen. Wer hat heute noch Zeit, sich mit Dingen abzugeben, deren Nutzen derart im Dunkeln liegt? Zu unseren täglichen Erfahrungen gehört, dass nur derjenige Erfolg hat, der darauf achtet, dass alle seine Bemühungen – seien sie auch noch so gering – sofort belohnt werden. Da hat die Mathematik einen schlechten Stand. Es ist schick geworden, sich seiner Unfähigkeit im Fach Mathematik zu rühmen. Das zeigt, dass man Wichtigeres zu tun hat.

Dummerweise funktioniert unsere moderne Welt nur auf der Basis einer gehörigen Portion Mathematik. Eine Geringschätzung der Mathematik durch die Gesellschaft können wir uns nicht leisten. Sonst rennen uns die anderen Nationen davon, auch was innovative Produkte angeht. Die Wirtschaftskraft unseres Landes hängt davon ab, dass wir erkennen, was Mathematik mit unserem Leben zu tun hat, von welcher Art diese Mathematik ist, und in welcher Weise wir uns ihr widmen sollten.

Dieser Vortrag soll Lust auf die Beschäftigung mit Mathematik machen. Er zeigt Anwendungen der Mathematik in Natur, Alltag und Beruf. Im zweiten Teil widmet sich der Vortrag der Frage, wie Mathematik gelernt und gelehrt werden kann. Damit richtet er sich an Studienanfänger, aber auch an die Lehrer an Schule und Hochschule. Das hier präsentierte Lehrkonzept wird im Fuldaer Brückenkurs Mathematik FBΣ umgesetzt.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

An der Schnittstelle Schule-Hochschule werden Lücken offenbar: Den Studienanfängern fehlt es an Fertigkeiten im Umgang mit Zahlen und Regeln. Das Grundwissen ist ihnen nicht gegenwärtig und folglich hapert es an der Fähigkeit, mit diesem Grundwissen flexibel und schöpferisch umzugehen. Das beglückende Gefühl, ein hartes Problem selbst gelöst zu haben, kennen die wenigsten. Das sind Beobachtungen, die Hochschullehrer immer wieder machen.

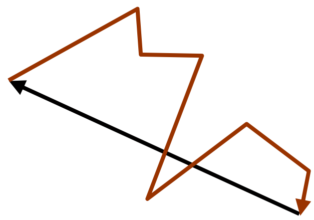
Über die Lage der Naturwissenschaften und der Mathematik an unseren Schulen und in der Gesellschaft gibt es inzwischen reichlich Daten und Analysen. Sie war auch Thema des Fuldaer Seminars „In Mathe schwach“ (Grams, 2005).

Dieser Vortrag wendet sich an die Studienanfänger der technischen Fachrichtungen und will Ihnen den Reiz der Mathematik anhand erfolgreicher Anwendungen derselben in Natur, Alltag und Beruf nahe bringen. Und er will zeigen, wie man die nötigen Grundlagen erwerben kann.

Rechnen in der Natur

Pflanzen und Tiere gehen beim Streben nach Nahrung und Fortpflanzung oft sehr trickreich vor. Sie scheinen irgendwelchen angeborenen Verrechnungsmechanismen zu folgen. Verhaltensforscher interessieren sich dafür. Zur Klärung der Sachverhalte müssen die Wissenschaftler zuweilen ziemlich tief in die mathematische Werkzeugkiste greifen.

Koppelnavigation der tunesischen Wüstenameise



Täglich bricht die Wüstenameise von ihrer Behausung auf und macht sich auf die Suche nach Nahrung. Sie wandert mal in diese mal in jene Richtung, bis sie etwas gefunden hat. Dann kehrt sie schnurstracks nach Hause zurück (Devlin, 2005).

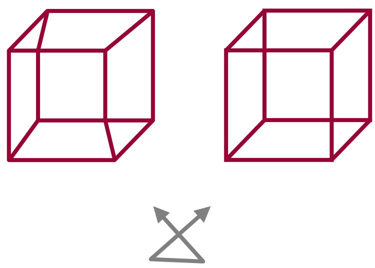
Forscher haben für diese großartige Orientierungsleistung eine Erklärung: Koppelnavigation. Der Reisende bewegt sich dabei in stückweise gerader Linie vorwärts. Für jede Teilstrecke kennt er die Geschwindigkeit und damit auch die zurückgelegte Entfernung bis zum Richtungswechsel. Aus diesen Daten und aus den Koordinaten des Ausgangspunkts kann er die letztlich erreichte Position ermitteln.

Das erfordert exakte Rechnung und Buchführung. Das ist nicht einfach. Oder haben Sie sich beim Spaziergang noch nie verlaufen?

Dreidimensionale Wahrnehmung

Die optische Wahrnehmung ist eine Fundgrube für Verrechnungsmechanismen. Und es gibt eine Reihe von einfachen Experimenten, die einem diese Rechenleistungen „vor Augen führen“.

Man mache sich beispielsweise einmal klar, welche Konstanzleistungen der Wahrnehmungsapparat vollbringt: Ein fester Körper wird als solcher wahrgenommen, auch wenn sich die Netzhautbilder bei jeder Bewegung des Kopfes oder der Augen ändern. Ein Computerprogramm, das diese Leistung simulieren soll, hat ganz schön zu tun.



Auch die Erzeugung eines dreidimensionalen Wahrnehmungseindrucks ist ohne komplexe Verrechnung nicht denkbar, denn die Netzhautbilder sind zweidimensional.

Eindrucksvoll wird dieser Effekt bei den „Starreogrammen“ genutzt. Bei diesen Stereobildern muss man dafür sorgen, dass die beiden Augen verschiedene Aspekte einer Situation angeboten bekommen (Goldstein, 1997). Das Logo meiner Web-Seite (die „Flachdachpyramide“) habe ich hier einmal als einfaches Starreogramm gestaltet.

> Anleitung zur Betrachtung: Nehmen Sie den Zeigefinger zu Hilfe und betrachten Sie über den Zeigefinger hinweg das linke Bild mit dem rechten Auge. Merken Sie sich den Punkt, auf den Ihr Finger zeigt. Nun halten Sie Ihren Zeigefinger unverändert und gucken mit dem linken Auge. Der Zeigefinger „springt“ auf das rechte Bild. Dort sollte er auf denselben Punkt zeigen wie vorher im linken Bild. Falls der Finger zu weit „springt“, halten Sie den Finger weiter von sich weg. Wenn der Sprung zu klein ist, nehmen Sie den Finger zurück in Richtung Augen. Wiederholen Sie das Ganze. Wenn die Sprungweite passt, schauen Sie auf die Spitze Ihres Zeigefingers. Im Hintergrund müsste nun das dreidimensionale Bild der „Flachdachpyramide“ entstehen. Außerdem gibt es ein linkes und ein rechtes Nebenbild.

Die Verrechnungsmechanismen der Natur sind wunderbar. Dennoch wird man sie nicht als Mathematik bezeichnen. Dazu fehlen der Begriff der Zahl, die Symbole und die Symbolmanipulation nach Regeln. Erst dadurch wird die Mathematik zu einem leistungsfähigen und universellen Mittel der Weltbeherrschung.

Mathematik im Alltag

Für uns alle – auch für die Experten – außerordentlich wichtig ist der alltägliche Gebrauch von Mathematik, die Alltagsmathematik. Sie macht uns mündig. Mit ihr können wir Manipulationsversuche vereiteln und Fehlurteile vermeiden. Sie liefert uns Gegenmittel gegen den einen oder anderen Irrtum.

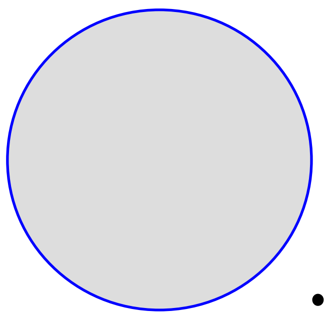
Zahlenblind

Der Zahlenblinde wird sich nichts bei der folgenden Meldung der Fuldaer Zeitung denken (25.1.2007): „Im Bereich des Justizministeriums werden rund 200 Gesetze gestrichen… Das Kabinett billigte gestern ferner einen Gesetzentwurf, der vor allem kleine und mittlere Firmen sowie Existenzgründer von Bürokratielasten befreit. Der Mittelstand soll dadurch um jährlich mindestens 58,8 Millionen Euro entlastet werden."

Der mathematik-bewusste Leser merkt sofort, dass er hier hinters Licht geführt werden soll: Der Artikel soll den Eindruck sorgfältiger Recherche vermitteln. Denn: Wie soll man sonst die Einsparung auf drei Stellen genau ermitteln? Der Artikel pflanzt aber selbst bereits die Saat des Zweifels. War da nicht von „rund 200 Gesetzen" die Rede? Also: an der Stelle von „58,8 Millionen Euro" hätte auch „30 Millionen Euro" oder „100 Millionen Euro" stehen können. In dem Artikel wird das Lesen im Kaffeesatz wissenschaftlich verbrämt.

Irreführung mit Grafik

In einem VDE-Vortrag (28.2.2007) zum Thema Klimakatastrophe zeigt der Vortragende das nebenstehende Bild mit zwei Kreisen. Der kleine Kreis rechts unten ist auf seiner Grafik kaum erkennbar. Das Verhältnis der Kreisdurchmesser ist etwa 1:100.



Der große Kreis soll die pflanzliche Biomasse der Erde repräsentieren, und der kleine die tierische. Und was so klein ist – „Sogar die Frau Merkel hat in dem kleinen Punkt Platz" – kann doch keinen so Furcht erregend großen Einfluss auf die Biosphäre haben?!

Tatsächlich entspricht das Verhältnis der Biomassen auf der Erdoberfläche dem Verhältnis der Kreisdurchmesser. Die Kreisflächen verhalten sich aber wie 1:10 000. Und das ist maßlos übertrieben.

Wen wundert Lourdes?

Aus der Fuldaer Zeitung vom 17.4.2004: „30 000 Heilungen sind dokumentiert. Dem so genannten Lourdes-Wasser aus einer Quelle nahe der Mariengrotte werden heilende Kräfte zugeschrieben."

Seit 1858 haben weit mehr als 200 Millionen Pilger Lourdes besucht. Da macht der Anteil der nachweislich Geheilten 0,015 Prozent aus. Allein die Tendenz zum Mittelwert (also die Regression) ließe höhere Werte erwarten. Denn davon leben ja alle Quacksalber und schlechten Ärzte!

Auf meiner Denkfallen-Seite habe ich noch eine ganze Reihe weiterer Beispiele derartiger Täuschungsversuche gesammelt. Dem mathematisch Bewanderten können sie nichts anhaben: Er vergleicht Zahlen, setzt sie zueinander ins Verhältnis, und er kennt elementare Gesetzmäßigkeiten wie die Tendenz zum Mittelwert.

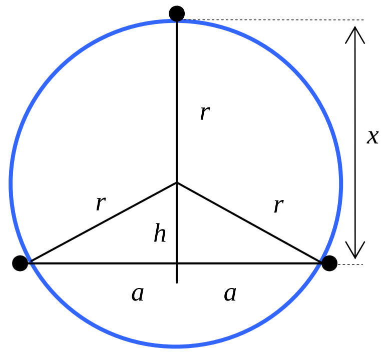
Die Auswuchtmaschine

Eines Tages stand fast die gesamte Betriebsleitung in der Werkhalle. Alle schauten ratlos auf eine riesige Auswuchtmaschine. Das Werkstück, das auf der Maschine ausgewuchtet werden sollte, passte nicht auf die Maschine. Die obere Walze ließ sich nicht weit genug nach oben drehen.

Zum Bild: Der große Kreis ist der Querschnitt einer Welle, die ausgewuchtet werden soll. Die drei schwarzen Punkte sind Walzen, auf denen die Welle drehbar gelagert ist. (Für die folgenden Überlegungen vernachlässigen wir einmal den Durchmesser dieser Walzen. Deshalb sind sie hier auch übertrieben klein eingezeichnet.)

Wie konnte dieser Konstruktionsfehler passieren? Die Maschine basierte auf einem Vorläufermodell. Nun ging es darum, Werkstücke mit größerem Durchmesser auszuwuchten.

Und das hatte sich der Konstrukteur wohl gedacht: Wenn der Durchmesser der Welle um ein gewisses Maß größer wird, dann bewegt sich der obere Punkt der Welle höchstens um dieses Maß nach oben. Der bloße Augenschein spricht für diese Annahme.

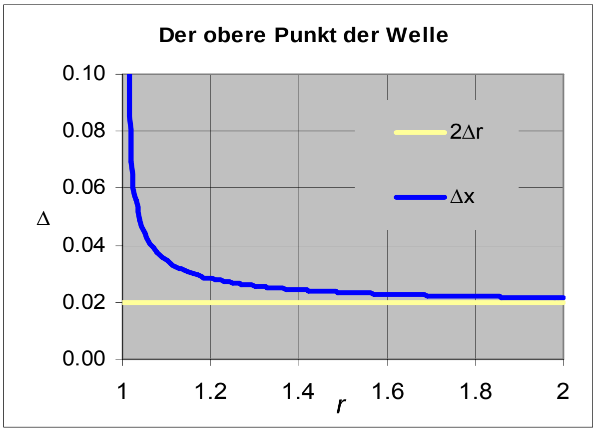


Zum Abnahmetermin wurde das Malheur offenbar. Was war falsch gelaufen?

Der obere Punkt liegt um das Maß $x = r + h$ über den beiden unteren Walzen. Unter Zuhilfenahme des Satzes des Pythagoras ergibt sich folgender Zusammenhang: $x = r + \sqrt{r^2 - a^2}$. Bei einer Vergrößerung der Radius um den Wert Δr verschiebt sich der obere Punkt um:

$$\Delta x = \Delta r + \sqrt{(r+\Delta r)^2 - a^2} - \sqrt{r^2 - a^2} \, .$$

Die Grafik zeigt für $a = 1$ die jeweiligen Verschiebung des oberen Punktes Δx bei einer Vergrößerung des Durchmessers um den Wert $2\Delta r = 0.002$. Die Verschiebung des oberen Punktes ist stets größer als die Vergrößerung des Durchmessers. Und das gilt für alle sinnvollen Durchmesser.



Der Konstrukteur hatte übersehen, dass auch der untere Punkt der Welle sich nach oben verschiebt.

Es sind nicht die verzwickten und sehr speziellen Probleme, die uns in Schwierigkeiten bringen, sondern die eher harmlos erscheinenden. *Mathematische Basiskompetenz* ist gefragt.

Expertenmathematik

Anwendungsbeispiele

Aus vielen Berufen ist die Mathematik nicht wegzudenken: Wirtschafts- und Naturwissenschaften, Informatik. Sehr intensiv ist die Mathematiknutzung in den Ingenieurwissenschaften. Ein paar Anwendungsfelder will ich herausgreifen und damit Appetit auf mehr machen.

Die zu lösenden Aufgaben erfordern teilweise sehr weitgehende und spezielle Mathematikkenntnisse. Sie werden im Studium, in der Praxis, durch Literaturstudium und auf Fachtagungen erworben.

Katrin (*Ka*rlsruhe *Tri*tium *N*eutrino Experiment). Magnetische Strahlführung lenkt Elektronen zielgenau. Die komplexen Gleichungen sind nur mittels Computerunterstützung überhaupt zu lösen. Auch so benötigen die Rechnungen noch sehr viel Zeit.

Videocodierung. Bei der Videocodierung ist eine Vielzahl von Filter-, Vorhersage- und Optimierungsalgorithmen aufeinander abzustimmen.

Windkraftanlagen. Sie brauchen Wind. Aber zuviel davon ist auch nicht gut. Insbesondere Böen machen den Windkraftanlagen schwer zu schaffen. Böen können Windkraftanlagen beschädigen oder gar zerstören. Zur Vermeidung von Bruch müssen die Rotorblätter rechtzeitig „in den Wind gestellt" werden. Für die Vorhersage solcher Böen bleiben nur drei Sekunden Zeit. Die Chaostheorie und die statistische Auswertung von Messdaten helfen da weiter (Spektrum der Wissenschaft 2/2002, Seiten 10-11).

Transrapid. Der Zug wird nicht von Rädern getragen, sondern von Magnetfeldern. Dabei wird die anziehende Wirkung magnetischer Felder ausgenutzt. Das hat zwei Konsequenzen: 1. Das Fahrzeug muss den Fahrweg umgreifen, was besonders den Bau von Weichen enorm erschwert. 2. Das System ist prinzipbedingt instabil. Und das macht eine mathematisch ausgeklügelte Regelung erforderlich.

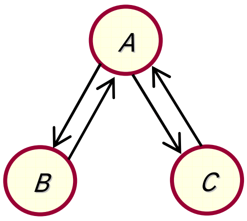
PageRank-Algorithmus. Im World Wide Web gibt es viele Milliarden Web-Seiten. Und eines der Hauptprobleme ist, sich in diesem riesigen Informationsangebot zurechtzufinden. Suchmaschinen wie Google, Yahoo!, Lycos und AltaVista bieten da Hilfe. Auf eine Suchanfrage hin listen Suchmaschinen die dazu passenden Web-Seiten auf.

Suchmaschinen legen fest, in welcher Reihenfolge die Suchergebnisse in der Ergebnisliste erscheinen. Je weiter oben eine Seite erscheint, umso eher wird sie vom Adressaten auch tatsächlich wahrgenommen. Jeder Web-Seiten-Anbieter ist also darauf erpicht, eine möglichst gute Bewertung durch die Suchmaschine zu bekommen.

Die Bewertungsverfahren sind sehr komplex. Die Suchmaschinenbetreiber tun gut daran, sie nicht im Detail bekannt zu geben. Denn eines der Hauptprobleme ist, dass Trickser versuchen, die Eigenheiten der Berechnungsverfahren auszunutzen, um so eine möglichst hohe – wenngleich unberechtigte – Bewertung zu bekommen.

Aber einige der grundlegenden Algorithmen sind bekannt. Einer davon ist der PageRank-Algorithmus, benannt nicht nach den Web-Seiten (Pages) sondern nach einem seiner Erfinder, Lawrence (Larry) Page. Zusammen mit Sergey Brin hat Lawrence Page die Firma Google gegründet.

Das besondere am PageRank ist, dass der Rang einer Seite umso höher ist, je mehr Links von anderen Seiten auf genau diese Seite verweisen und je höher der Rang dieser Seiten ist (Koch, 2007).



An einem Mininetz aus drei Web-Seiten *A*, *B* und *C* wird das Prinzip erklärt. Die Hauptseite *A* hat zwei Links auf ihre Unterseiten *B* und *C*. Und jede der Unterseiten verweist auf die Hauptseite. Die PageRanks der Seiten seien r_A, r_B und r_C. Sie hängen über die folgenden Gleichungen voneinander ab:

$$r_A = 1 - d + d \cdot (r_B + r_C)$$
$$r_B = r_C = 1 - d + d \cdot r_A/2$$

Der Faktor ½ in der zweiten Gleichung kommt daher, dass sich der Rang der Seite *A* auf zwei Links aufteilt. Der so genannte Dämpfungsfaktor *d* wird auf einen Wert kleiner als eins gesetzt, beispielsweise auf 0.85. Damit ergeben sich für die PageRanks die Werte $r_A = 1.46$ und $r_B = r_C = 0.77$.

Die Lösung eines solchen Gleichungssystems wird zu einer echten mathematischen Herausforderung angesichts der Tatsache, dass in den Suchmaschinen etwa 20 Milliarden Web-Seiten indexiert sind. Das Gleichungssystem hat dann nämlich ebenso viele Variablen und nicht nur drei. Die zugehörige Koeffizienten-Matrix benötigt – bei einer Gleitpunktdarstellung mit vier Bytes – demnach mehr als 1 600 Exabytes an Speicherplatz, das ist die Zahl 16 gefolgt von 20 Nullen. Die heutigen Computer mir ihren Speichern im Gigabyte-Bereich (neun Nullen) wären heillos überfordert, wollte man zur Lösung des Gleichungssystems ein Standardverfahren wie den gaußschen Algorithmus anwenden.

Der Grenzstein

Ich habe diese Beispiele nur gebracht, um zu zeigen, wie interessant es sein kann, sich der professionellen Anwendung von Mathematik zu widmen.

Wo nun hört die Alltagsmathematik auf und fängt die Expertenmathematik an? Den Grenzstein bildet die wohl schönste mathematische Gleichung überhaupt:

$$e^{j\pi} + 1 = 0\,.$$

Wenn Sie diese Gleichung nicht verstehen, dann macht das nichts. Die Gleichung liegt bereits auf dem Terrain der Expertenmathematik. Sie enthält die wichtigsten mathematischen Konstanten: 1, 0, die imaginäre Einheit j, die Kreiszahl π = 3.14159… (halber Umfang des Einheitskreises) und die eulersche Zahl e = 2.718…

Mathematik lernen

Mathematik erscheint vielen Schülern und Studenten nicht als Glückverheißung, sondern als öde Plackerei. Viele Mathematiklehrer sind offenbar vollauf damit beschäftigt, der Sache wenigstens notdürftig den Schrecken zu nehmen. Wie die Erfahrung zeigt, haben solche Anstrengungen nur mäßigen Erfolg. Wir werden sehen, warum das so ist.

„Durst wird durch Bier erst schön“

Es ist etwa fünfzig Jahre her, da hat mich eine Reklametafel gewaltig beeindruckt: Ein Mann steht in der Wüste, Ärmel hochgekrempelt, die Jacke in der einen Hand, die andere Hand über den Augen, zum Schutz gegen die Sonne. Sein Blick ist nach oben, auf ein riesiges Glas Bier gerichtet. „Durst wird durch Bier erst schön“ steht auf dem Plakat.

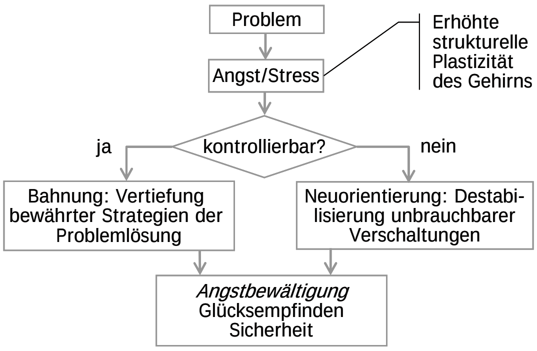
Hunger, Durst, Stress – all das sind wichtige Signale, mit denen der Körper sagt, was er braucht: Essen, Trinken, oder auch die Lösung eines Problems. Wer dem Körper alle Befriedigung im Überfluss vorab bietet, wer Hunger, Durst und Stress sorgsam vermeidet, der versäumt Glücksmomente. (Von großer Not und von chronischem Stress soll hier nicht die Rede sein.)

Zurück zur Frage, wie man Mathematik mit Freude lernen kann.

Die pädagogische Volksweisheit sagt, dass es Aufgabe des Lehrers ist, den Schüler dort abzuholen, wo er ist. Vor allem werden Hindernisse aus dem Weg geräumt. Der Schüler wird positiv eingestimmt und mit hohem Aufwand „motiviert“. Spaß muss sein. Denn das weckt die Lernbereitschaft. Abstraktionen sind Überforderungen des Gehirns und werden folglich vermieden. Alle Themen sind konkret, anschaulich und praxisnah aufbereitet. Ausführliche Erklärungen gehören dazu. Bilder und Animationen lockern das Ganze auf. Die Zahlen erhalten Gesichter, Arme und Beine. Sie sprechen und tanzen. Die Fallgesetze sind schwer zu verstehen? Da muss ein Bild des schiefen Turms von Pisa her – schon geht es leichter. Die Mathematik wird zum launigen Cartoon.

Das ist gut gemeinte – aber leider ziemlich erfolglose – Pädagogik. Was ist falsch daran? Ich bringe es auf eine einfache Formel: Die Belohnung kommt vor der Leistung. Und das funktioniert eigentlich nie. „Mehr desselben", also noch mehr Belohnung vor der Leistung, ist kein Erfolgsrezept. Sie erinnern sich an die Sache mit dem Bier und dem Durst?

Schlankwerden geht nicht ohne Disziplin, Starkwerden nicht ohne schweißtreibendes Training, Klugwerden nicht ohne geistige Anstrengung. Der Lohn der Mühe kommt eigentlich immer hinterher. So ist es nun einmal beim Lernen: Zuerst muss das (mathematisches) Problem *richtig wehtun;* dann bringt seine Bewältigung Glück und die Lösung hinterlässt Gedächtnisspuren.



Das ungelöste Problem verursacht Stress. Aber genau der Stress ist es, der für eine erhöhte Plastizität des Gehirns sorgt und es für das Lernen bereit macht. Ist das Problem unter Anstrengung gelöst, stellt sich *Glücksempfinden* ein. Die anfängliche Unsicherheit und Anspannung wird durch das Gefühl der Sicherheit abgelöst (Hüther, 2005).

Felix von Cube, der Verhaltensbiologe und Erziehungswissenschaftler, drückt es so aus (1995, S. 81): „Lust ohne Anstrengung ist ein Langweilefaktor. Die verdiente Belohnung von Anstrengung erfahren wir intensiver." Seiner Meinung nach liegt das daran, dass der Mensch von der Evolution für eine harte Wirklichkeit – sozusagen für den Ernstfall – programmiert ist und nicht für das Schlaraffenland.

Erfolgreiches Lernen startet mit dem Gefühl der *Betroffenheit,* mit einem Gefühl des Unbehagens. Und damit einher geht die *freudige Erwartung*, dass sich das Problem lösen lässt. Nach getaner Arbeit lässt das Glückgefühl wieder nach und es stellt sich der Drang nach neuen Herausforderungen ein. Und auf einer höheren Anspruchsebene wiederholt sich der Prozess. Es kommt zu einem Lernzyklus (Hayes, 1993) – oder besser: eine *Lernspirale*. Diese Lernspirale ist ein schönes Beispiel für eine Flow-Aktivität im Sinne von Mihaly Csikszentmihalyi (1990): Foliensatz.

Fuldaer Brückenkurs Mathematik FBΣ: Das Konzept

An der Schnittstelle Schule-Hochschule wird die Mangellage in Sachen Mathematik augenfällig. Viele Hochschulen und Fachbereiche bieten Vorkurse oder Brückenkurse im Fach Mathematik an, weil die Studienanfänger große Lücken in der mathematischen Allgemeinbildung haben.

Wenn in einem Brückenkurs nun nichts anderes passiert als „gut gemeinte Pädagogik", wenn alles nur ein weiteres mal erklärt und wenn nur „mehr desselben" geboten wird, dann wird der Erfolg dieses Unternehmens erneut recht bescheiden sein.

Der Fuldaer Brückenkurs Mathematik FBΣ will diese pädagogische Falle vermeiden. Er will keine spaßige Verkleidung der Mathematik, er will die Freude am Problemlösen. Sie erinnern sich an die Sache mit dem Bier und dem Durst?

Zwei Grundsätze dienen als Ausgangspunkte für die Gestaltung des Kurses:

1. *Reduktion auf das Wesentliche.* Es geht um den Kernbestand jeder weltorientierten Mathematik. Diese Basis verleiht Flexibilität und schafft die Fähigkeit des Problemlösens.
2. *Aktivitätsverlagerung vom Lehrenden auf den Lernenden*, denn: „Der erklärende Lehrer ist der schlechte Lehrer“ (Arne Madincea, 12. Berliner Tage der Mathematik 2007). Effektives Lernen geht von der Betroffenheit über die Anstrengung zur freudvollen Problemlösung. „Gelernt wird immer dann, wenn positive Erfahrungen gemacht werden“ (Spitzer, 2002). Und Erfahrungen lassen sich nun einmal nicht schnell und bequem gewinnen.

Der Fuldaer Brückenkurs Mathematik FBΣ zielt darauf ab, diejenigen Fähigkeits- und Wissenslücken zu schließen, die Hochschullehrer der technischen Fächer (Ingenieurwissenschaften und Informatik) bei ihren Studenten feststellen.

Die Stoffauswahl des Brückenkurses gibt Hinweise auf das an den Schulen Versäumte. Der Brückenkurs richtet sich folglich auch an die Lehrer an allgemein bildenden Schulen und an Bildungspolitiker: Er soll ihnen helfen, den Lehrkanon zu verbessern. Das eigentliche Ziel des Brückenkurses ist es, ihn überflüssig zu machen.

Er legt den Schwerpunkt auf *Fertigkeiten* und *Grundkonzepte* der Mathematik. Für die *höheren Konzepte* sind die regulären Lehrveranstaltungen da. Also: Es sollen nicht schon wieder Kurvendiskussionen und dergleichen eingeübt werden, sondern erst einmal Dinge wie das Zahlenrechnen und das Umformen von Ausdrücken. Ein wesentliches Merkmal des Fuldaer Brückenkurses Mathematik ist die Beschränkung des Stoffes auf das *mathematische Basiswissen bis einschließlich Sekundarstufe I.* Dazu gehören die folgenden Themen.

- Grundschule: Zahlbegriff, Schriftliche Multiplikation und Division (Jahrgangsstufen 1-4).
- Sekundarstufe I: Bruch- und Prozentrechnen, Dezimalbrüche, Rundung (bis Jahrgangsstufe 6); Dreieckskonstruktionen, Formeln, Auflösen von Gleichungen, Funktionen (bis Jahrgangsstufe 8); Lineare Gleichungssysteme, Grafische Lösungsverfahren, Satz des Pythagoras, Strahlensatz, Trigonometrie, Potenzen, Exponentialfunktion, Logarithmus, Wahrscheinlichkeitsrechnung (bis Jahrgangsstufe 10).

Der Stoff der Sekundarstufe II (beispielsweise Differential- und Integralrechnung, Skalarprodukt) ist ausdrücklich ausgenommen.

Aufbau des Brückenkurses

Der Fuldaer Brückenkurs Mathematik hat vier Komponenten.

1. *Eröffnungsveranstaltung:* Darstellung von Kurskonzept und Ablauf, Vorstellung der Tutoren. Kurzvorträge aus der Praxis zum Thema Mathematik in Studium und Beruf. Die Teilnehmer haben Gelegenheit, sich in die Anmeldungslisten für die Klausur einzutragen.
2. *Web-Angebot zum Selbststudium:* Eingangstest, Lektionen mit Übungsaufgaben, Musterlösungen, Lernkontrolle. Der Teilnehmer möge sich bei seiner Arbeit am Material des Brückenkurses stets vor Augen halten, dass mathematische Bildung mehr mit Gedanken, Papier und Bleistift zu tun hat, und weniger mit der Bedienung eines Computerprogramms (Arne Madincea).
3. *Begleitveranstaltungen:* Zusammenkünfte für den Gedankenaustausch über die Aufgaben des Web-Angebots. Das Brückenkurs-Team bietet Hilfe. *Tutoren* beantworten Fragen, geben Anregungen und Tipps. Sie bieten schriftliches Lernmaterial an und sorgen für gute Stimmung. Sie verstehen sich als *Förderer des Lernens* und nicht als

Erklärer und Instrukteure. Die Organisation der Begleitveranstaltungen geschieht nach den Grundsätzen der *Mobilität* und der freien *Gruppenbildung*: Teilnehmer und Tutoren sollten laufend überprüfen, ob sie in ihrer aktuellen Gesprächsrunde etwas lernen oder beitragen können, oder ob sie besser wechseln sollten.

4. *Leistungskontrolle:* Der Kurs wird mit einer Klausur abgeschlossen. Im Rahmen der Klausur werden auch Daten zur *Evaluation* des Kurses erhoben. Inwieweit ein Teilnehmer die Anforderungen der Klausur erfüllt hat, erfährt er durch Aushang. Dort findet er unter seiner Kennung bzw. Matrikelnummer den Prozentsatz der von ihm erfolgreich bearbeiteten Aufgaben.

Mathematische Kompetenz – eine Prioritätenliste

Vom Tanzsport ist mir bekannt, dass gerade die besten und erfolgreichsten Tänzer immer wieder die Grundschritte trainieren. Sie wissen, dass nur auf einer soliden Basis Besonderes geleistet werden kann. Und das gilt ganz allgemein, im Alltag, in der Wissenschaft und in der Technik. Auch bei der Beschäftigung mit der Mathematik geht es darum, die Gewichte und Prioritäten richtig zu setzen, etwa so:

1. *Grundwissen und Grundfertigkeiten* (bis einschließlich Sekundarstufe I). Selbst messen, modellieren und „begreifen" – weitgehend ohne Computereinsatz.
2. *Verfügbarkeit des Grundwissens.* Wiederholen bereits „abgehakten" Wissens.
3. *Flexible Anwendung des Grundwissens.* Problemlösefähigkeit trainieren anhand überraschender Aufgabenstellungen (Denkfallen, mathematische Rätsel, Denksportaufgaben).
4. *Orientierungswissen* zu wichtigen Zweigen der Mathematik. Exemplarische Vertiefung der *Analysis* und der im Informationszeitalter besonders wichtigen Gebiete *endliche Mathematik, Algebra* und *Wahrscheinlichkeitsrechnung*.
5. *Werkzeuggebrauch.* Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Mathematik- und Simulations-Software, höhere Programmiersprachen.
6. *Fachwissen durch fallweise Vertiefung.* Literatur, Konferenzen, Seminare.

Literaturverzeichnis

Csikszentmihalyi, Mihaly: FLOW. Das Geheimnis des Glücks. Klett-Cotta, Stuttgart 1992

Cube, Felix von: Gefährliche Sicherheit. Die Verhaltensbiologie des Risikos. Hirzel, Leipzig 1995

Devlin, Keith: Der Mathe-Instinkt. Warum Sie ein Mathe-Genie sind und Ihr Hund und Ihre Katze auch. Klett-Cotta, Stuttgart 2005

Goldstein, E. Bruce: Wahrnehmungspsychologie. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford 1997

Grams, Timm (Hrsg.): In Mathe schwach. PISA und andere Erhebungen richtig deuten. Fuldaer Elektrotechnik-Seminar vom 15. April 2005. Tagungsband

Hüther, Gerald: Biologie der Angst. Wie aus Streß Gefühle werden. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 2005

Koch, Daniel: Suchmaschinen-Optimierung. Website-Marketing für Entwickler. Addison-Wesley, München 2007

Spitzer, Manfred: Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 2002

Hayes, William F.: Quality and Leadership. Vortrag von 1993 (Quelle: Humphrey, Watts S.: A Discipline of Software Engineering. Addison-Wesley, Reading, Mass. 1995, S. 477 f.)