

# Mathematischer Analphabetismus

## Eine statistische Analyse hessischer Abschlussarbeiten

Timm Grams

Fachhochschule Fulda, Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik

15. April 2005

**Zusammenfassung.** Hinweise aus dem Hochschulalltag, Eigentümlichkeiten der idealistisch geprägten deutschen Bildungslandschaft und Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien verdichten sich zu einer schlechten Botschaft: Deutschland ist für den internationalen Wettbewerb schlecht gerüstet, weil es an guten Ingenieuren mangelt. Es gibt Defizite in der anwendungsorientierten, mathematisch-naturwissenschaftlichen Grundlagenausbildung. Das trifft eine Wirtschaft besonders schwer, die in Hochpreissegmenten agiert und für die hoch motivierte Ingenieure in Spitzentechnologien überlebenswichtig sind.

Seit Oktober 2004 liegen die Ergebnisse der ersten hessenweiten Abschlussprüfungen an Haupt- und Realschulen vor. Mit diesen Daten lassen sich die gängigen und teilweise gegensätzlichen Vermutungen über die Ursachen schlechter Leistungen prüfen. Die folgenden Einflussfaktoren werden untersucht: Ausländeranteil an der Schülerschaft, Gesamtschüleranteil, Abiturientenquote, Frauenerwerbstätigkeit und Bevölkerungsdichte.

Es stellt sich heraus, dass der Gesamtschüleranteil nicht den von vielen befürchteten großen Einfluss auf die Mathematik-Leistungen hat. Zwischen den Mathematik-Leistungen und dem Ausländeranteil in den Schulformen gibt es hingegen einen starken negativen Zusammenhang. Die Frauenerwerbstätigkeit hat ebenfalls einen negativen Einfluss. Die Merkmale Bevölkerungsdichte, Ausländeranteil und Frauenerwerbstätigkeit sind stark miteinander korreliert und ihre Einflüsse auf die Schulleistungen lassen sich kaum voneinander trennen.

Vorschläge zur Verbesserung der Lage: Ausländerintegration, Frühförderung, Breitenausbildung vor Exzellenzförderung, Eindämmung der Bilderflut und des Edutainments zugunsten der persönlichen Zuwendung, Chancen für die Freude am Machen bieten und dadurch den Spaß am Konsum verderben, Betonung der Weltorientierung der Mathematik und Schaffung von Bedingungen für die Freude an der Leistung.

### Inhalt

<i>Einführung</i> .....	2
<i>Die Großwetterlage</i> .....	2
<i>Mathematischer Analphabetismus: erste Hinweise</i> .....	4
Fehlanpassung Schule/Hochschule.....	4
Technikabstinez ist eine Konstante im deutschen Bildungswesen .....	6
Mathematik ist von der erlebten Welt getrennt .....	6
<i>Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien</i> .....	7
TIMSS .....	7
PISA .....	8
<i>Eine statistische Analyse der Abschlussprüfungen an hessischen Haupt- und Realschulen 2004..</i>	8
Die Grundgesamtheit: 15 hessischen Schulamtsbezirke .....	8
Einfachregression .....	9
Rangkorrelationsanalyse schließt Zufall aus .....	12
Was ist Ursache – was Wirkung? .....	14
Zusammenwirken mehrerer Einflüsse - Mehrfachregression .....	16
Probleme der Mehrfachregression.....	17
Der Einflussgraph.....	19
<i>Was tun?</i> .....	21
Ausländerintegration .....	22
Frühförderung .....	22
Breitenausbildung vor Exzellenz-Förderung.....	22
Soziale Interaktion statt E-Learning und Edutainment.....	23
Bilder sind nicht die Welt.....	24
Weniger Spaß am Konsum – mehr Freude am Machen .....	24
Weltorientierung der Mathematik .....	24
Freude durch Leistung .....	25
<i>Anhang: Die Datenbasis</i> .....	26

## **Einführung**

Der in Deutschland grassierende mathematische Analphabetismus trifft eine Nation besonders schwer, deren Wohlstand auf den Hochtechnologien beruht. Denn die Mathematik ist Basis jeder Ingenieurwissenschaft. Es lohnt sich, nach fundierten Antworten auf die Frage zu suchen, was die Schulleistungen positiv oder negativ beeinflusst.

Wir sammeln Hinweisen und Erfahrungen, machen statistische Analysen. Wir erhalten so eine Serie von Bildern, die – im übertragenen Sinne - bei wenig Licht und trübem Wetter aus verschiedenen Blickwinkeln und mit wechselnden Einstellungen aufgenommen worden sind. Manchmal sind Details sichtbar, die auf anderen Bildern verdeckt sind oder im Hintergrund verschwinden. Es gibt Phantomeffekte.

Immer wieder gilt es, Widersprüche aufzulösen. Wir müssen ständig der Versuchung widerstehen, Zusammenhänge voreilig im Sinne einer Ursachen-Wirkungs-Beziehung zu verstehen. Auch darf uns die Tatsache, dass statistische Ergebnisse auf drei, vier Stellen genau angegeben werden, nicht zu einer Überschätzung der Information verführen.

Es empfiehlt sich, möglichst viele Informationsquellen zu nutzen und das Ganze in ein Gesamtbild zu integrieren. Das Bild sollte schließlich möglichst detailgenau, faktengerecht und lückenlos sein. So haben wir eine Chance, den Ursachen auf die Spur zu kommen.

## **Die Großwetterlage**

Ich beginne mit ein paar Aussagen, die unsere Situation aus globaler, oder zumindest europäischer Perspektive, beleuchten (Radermacher, 2002, 2004)<sup>1</sup>: Es ist „die Hauptfunktion des sozialen Ausgleichs ..., die gesamte Bevölkerung gut auszubilden, gesund zu halten und mit einer vernünftigen Infrastruktur auszustatten“. Die entwickelten Länder kommen „in die Notwendigkeit, durch Innovationen Wachstum zu erzeugen. Man muss kreativ sein, muss neue Dinge ausprobieren, und das geht am ehesten in Demokratien und offenen Gesellschaften ... mit gut ausgebildeten Menschen, exzellenten Infrastrukturen und vernünftigem Regierungssystem“. Extension, also die Vergrößerung des Anteils der wertschöpfend arbeitenden Bevölkerung, „kann man auch erreichen, indem man Gastarbeiter von außen holt oder indem man mehr Frauen in die formalisierte Ökonomie bringt“.

Schauen wir uns die Bevölkerungsverteilung am Beispiel Hessen an, so sehen wir, dass nach diesen Maßstäben die Grundlagen der Wohlfahrt hochgradig gefährdet sind. In den nächsten Jahren wird die gesamte Wirtschaft zunehmend von den geburtenschwachen Jahrgängen getragen. Wir können es uns nicht leisten, die Ausbildung der Leistungsträger zu vernachlässigen.

Die exportorientierte deutsche Wirtschaft agiert in Hochpreissegmenten. Hochmotivierte Ingenieure in Spitzentechnologien sind überlebenswichtig. Ein Mangel daran wird zu einer entscheidenden Wachstumsbremse. Verlagern sich die Ingenieurleistungen – aus Mangel an qualifiziertem Ingenieurwachstum bei uns - ins Ausland, wird die gesamte Volkswirtschaft leiden<sup>2</sup>. Die Produktion ist unmittelbar betroffen und die Dienstleistungen sind es mittelbar. Wir brauchen sie nicht mehr oder wir können sie uns nicht mehr leisten.

---

<sup>1</sup> Radermacher, F. J.: Ökosoziale Grundlagen für Nachhaltigkeitspfade. Warum der Marktfundamentalismus die Welt arm macht. Gaia 13 (2004) 3, S. 170-175. Nachdruck: Welt in Balance. Zukunftschancen Ökosoziale Marktwirtschaft. Global Marshall Plan Initiative. Global Marshall Plan Foundation. Hamburg, Dezember 2004 (Global Marshall Plan – Warum der Marktfundamentalismus die Welt arm macht.), S. 94-113

Radermacher, F. J.. Globalisierung. Ausgleich oder Untergang. Informatik-Spektrum (16.12.2002), S. 411-426

<sup>2</sup> Mertens, P.: Informationstechnik in Deutschland – ein Auslaufmodell? Informatik-Spektrum (23. Juni 2004), S. 255-259

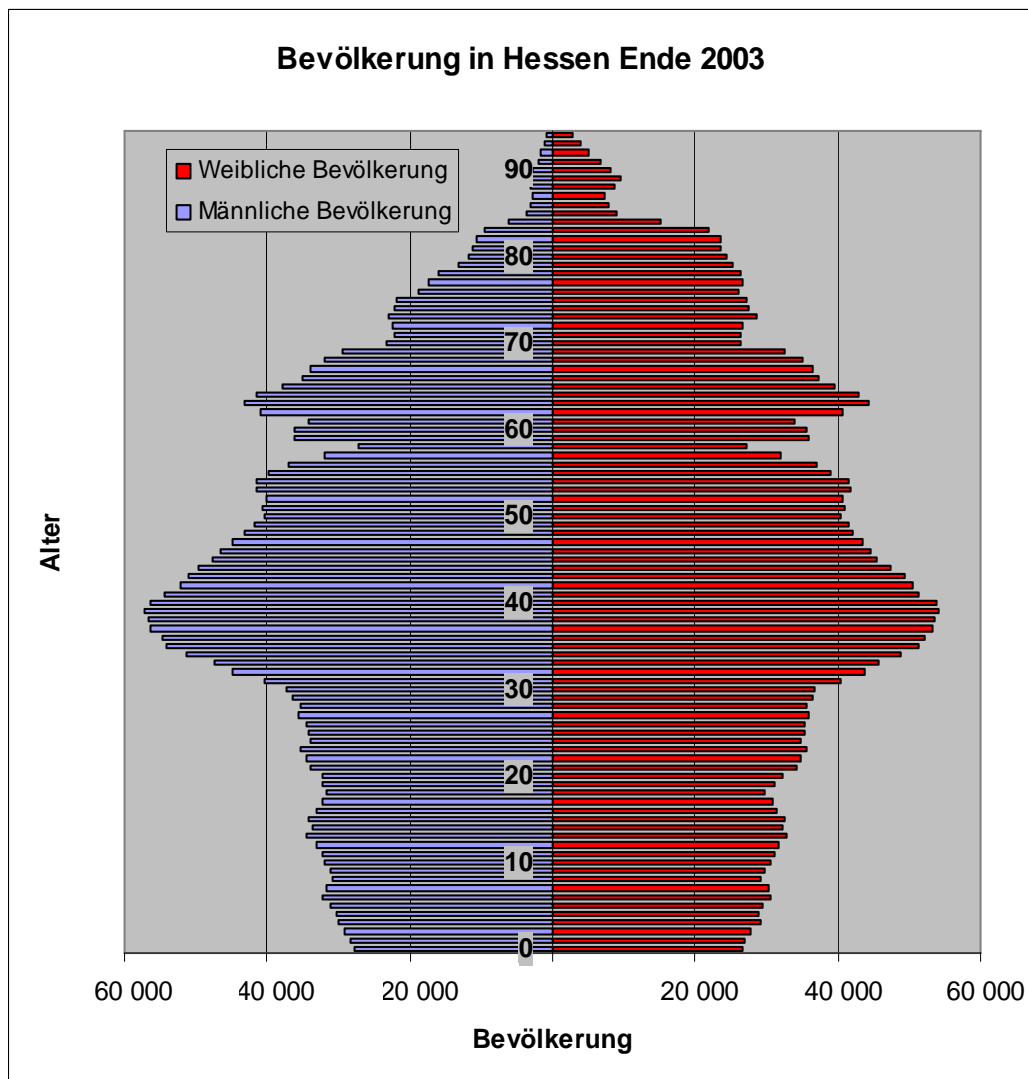
Da der Nachwuchs knapp wird, folgt die Notwendigkeit

1. der Höherqualifikation aller und insbesondere der Frauen, und
2. der weiteren Zuwanderung und Einbürgerung.

Wir brauchen die Frauen im Erwerbsleben, und zwar zunehmend in anspruchsvollen Tätigkeitsfeldern. Wir brauchen mehr Ingenieurinnen.

Das Beispiel Irland führt uns das Potential der Höherqualifizierung von Frauen deutlich vor Augen. Der Frauenanteil in der industriellen Forschung beträgt dort 30 % und ist damit dreimal höher als bei uns (Harenberg Aktuell 2005).

Ausländer, Eingebürgerte und Frauen am anspruchsvollen Arbeitsplatz kommen nicht als Geschenk. Dafür ist einiges zu tun.



## **Mathematischer Analphabetismus: erste Hinweise**

### Fehlanpassung Schule/Hochschule

Die folgende Fallsammlung ist Zeugnis der *Fehlanpassung zwischen Schule und Hochschule*. Die viel zu hohen Durchfallquoten infolge dieser Fehlanpassung sind eine nicht hinnehmbare Vergeudung von Lebensarbeitszeit und ein Demotivationsfaktor.

Durch die Arbeit mit Studienanfängern, durch Vorträge im Bereich Berufsbildung und Fortbildung und bei Prüfungen bin ich auf die folgenden Problempunkte gestoßen.

1. Zunehmende Konsumentenhaltung und Passivität
2. Lehrer als Entertainer
3. Verordnetes Schubladendenken
4. Geliebte Schablone – der Mensch als Computer
5. Verlust der Fähigkeit zur Abstraktion und zum Denken in Konzepten
6. Fehlende Fertigkeiten
7. Schlechtes Deutsch

*Zunehmende Konsumentenhaltung und Passivität.* Im Praktikum zum Fach Simulation stelle ich eine Frage. Sie bezieht sich auf eine Aufgabe, die ich in der vergangenen Woche gestellt hatte und die für heute zu lösen war. Ich warte. Nach etwa 20 Minuten geschieht etwas: Ein Student verlässt entnervt den Raum. Dann sagt eine Studentin: Wir sollten das gemeinsam machen. So geschieht es dann.

Herbert Gudjons von der Uni Hamburg berichtet auf einer Veranstaltung vor Lehrern (Fulda, 5.10.04): Zwischen Frage und folgender Äußerung des Lehrers vergehen im Schnitt 0,9 Sekunden. Das scheint mir ein gutes Maß zu sein für die Resignation des Lehrers angesichts der Konsumentenhaltung der Schüler<sup>3</sup>.

*Lehrer sehen sich als Entertainer.* Vor Lehrern spreche ich über „Programmiersprachen im Unterricht“. Ein Teilnehmer wendet ein: „Sie lehren Programmieren als Schreiben von Texten. Das geht in der Schule nicht. Ohne graphische Bedienoberfläche kriege ich meine Schüler nicht an den Rechner“<sup>4</sup>.

*Verordnetes Schubladendenken.* Ich habe von Verordnungen gehört, nach denen in der Schule nur der aktuelle Stoff abgefragt werden darf. Derart konditionierte Schüler landen dann an der Hochschule. Ich frage in einer Prüfung im Hauptstudium, welcher Art die Größen sind, die ein bestimmtes Schaltsymbol (Vierpol) miteinander in Beziehung setzt. Antwort: Spannungen, Zahlen. Frage: Von welcher Art sind die Zahlen? Warten... Keine Antwort. Ich gebe

---

<sup>3</sup> Manfred Spitzer schreibt in seinem Buch „Selbstbestimmen“ (Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 2004) auf S. 178: „Gerade vor dem Hintergrund der Befunde zur Emotionsabhängigkeit von Lernprozessen ... zeigen diese Ergebnisse eine bedeutende Schwachstelle im Erziehungssystem auf: Wer morgens in der Schule döst und seine Pulsfrequenz nahe der Schlafgrenze wenig moduliert, der wird nichts lernen. Wer dann nachmittags Gewaltfilme oder Horror-Videos mit Pulsbeschleunigung betrachtet, der lernt die Gewalt besonders gut. Wenn er dann abends auch noch zu lange vor dem Fernseher liegt, ist er morgens erst recht müde, und das Ganze geht von vorne los. Lehrer befinden sich damit letztendlich in Konkurrenz zu Hollywood und kommen gegen die Tricks von Stephen Spielberg und George Lucas nur schwer an.“

<sup>4</sup> Neil Postman hat die Tendenz hin zur oberflächlichen Unterhaltung 1985 in seinem Buch „Amusing Ourselves to Death“ treffend charakterisiert: „Watchers of Sesame Street ... are learning that it must always be entertaining, that learning is largely a matter of images, and that learning has to involve immediate gratification“. Felix von Cube meint in seinem Werk „Gefährliche Sicherheit. Die Verhaltensbiologie des Risikos“ (Hirzel, Leipzig 1995) auf S. 81: „Lust ohne Anstrengung ist ein Langweilefaktor. Die verdiente Belohnung von Anstrengung erfahren wir intensiver.“

selbst die Antwort: Nun ja, es sind komplexe Zahlen. Daraufhin meint der Kandidat empört: Die kamen doch schon im ersten Semester!

*Geliebte Schablone – der Mensch als Computer.* Samstagabend an einer Bar. Ein Student spricht mich an. „Sie werden dafür bezahlt, dass Sie mir die Formel rüber schieben, mit der ich dann viel Geld verdienen kann“. Erst im Laufe der Jahre wird mir klar, dass eine durchgängige und weit verbreitete Grundhaltung dahinter steckt: Die routinemäßige wiederholte Anwendung von Rezepten wird kritik- und klaglos hingenommen und sogar als Wesen der Arbeit begrüßt. Leute von diesem Pfad wegzuholen bedeutet harte Arbeit. Meine ständige Mahnung lautet: Sie sollen nicht zum Computer werden. Sie sollen Computer programmieren!

Die freudvolle Erfahrung von Kreativität kennen diese Bedauernswerten vermutlich bereits seit Kindertagen nicht mehr. Sie wurde ihnen abtrainiert. In der Schule stehen lehrplangemäß die zu lösenden Aufgaben in unmittelbarer Nachbarschaft zu den dafür nötigen Lösungsverfahren. Das erspart dem Schüler die geistigen Anstrengungen für die Erstellung eines Planes. Kurz gesagt: Der Schüler bekommt einen Hammer in die Hand und eine Kollektion von Nägeln. Wehe, es ist eine Schraube darunter. Dann wird die Aufgabe zu einem kaum mehr lösbaren Problem.

*Verlust der Fähigkeit zur Abstraktion und zum Denken in Konzepten.* Der Kandidat ist in einer Abschlussprüfung. Er wird nach einer bestimmten Rechenvorschrift gefragt (Dijkstras kürzesten Pfade). Er führt ein bekanntes Beispiel aus. Die Rechenvorschrift selbst kann er nicht erklären. Grundgedanke und Idee der ganzen Angelegenheit liegen für ihn völlig im Dunkeln.

*Fehlende Fertigkeiten im Rechnen, beim Umformen, beim Verstehen von Text oder Graphik.* Wir befinden uns in einem Informatik-Praktikum. Ich gebe den Gruppen eine einfache Divisionsaufgabe im binären Zahlensystem. Um der Erinnerung auf die Sprünge zu helfen lasse ich zunächst einmal im Dezimalsystem dividieren (etwa:  $3.14/1.25$ ).

Einige der Studenten haben damit ihre Schwierigkeiten. Ich: „Das lernen Sie bei mir nicht. Gehen Sie in ein Kaufhaus und holen Sie sich ein Mathe-Buch. In der nächsten Woche zeigen Sie mir, dass Sie die Grundrechenarten im Dezimalsystem schriftlich ausführen können.“ Eine Woche später sagt einer der Kandidaten im Fachgespräch: „Zusammenzählen und Abziehen kann ich jetzt, auch Malnehmen. Aber mit dem Teilen komme ich nicht zurecht; ich habe es nicht verstanden.“ Er führt seine mangelhaften Fertigkeiten im Zahlenrechnen auf den exzessiven Gebrauch von Taschenrechnern im Schulunterricht zurück.

Wir befinden uns im Praktikum zur Lehrveranstaltung Simulation. Auf dem Bildschirm des Arbeitsplatzes einer Studentin sind Wachstumskurven der Populationsdynamik zu sehen. Sie hat diese eben selbst mittels Tabellenkalkulationsprogramm erstellt. Anfangen kann sie damit nichts. Die Graphik ist für sie ein sinnloses Gewirr von Linien. Die Zahlen darin kann sie nicht interpretieren – so sagt sie selbst.

Erst kürzlich frage ich in einem Fachgespräch, einer Prüfung also: Was drückt man in Prozent aus? Nach langem Schweigen kommt die Antwort: Eine Differenz. Aha, fünf Äpfel weniger zwei Äpfel macht drei Prozent.

Im Anschluss an einen berufskundlichen Vortrag zum Thema Elektrotechnik spricht mich ein Teilnehmer an: „Buchstabenrechnen ist nicht so mein Ding. Wird so etwas in der Elektrotechnik benötigt?“ Meine Antwort trägt nicht zur Erhöhung unserer Studienanfänger-Zahlen bei.

*Schlechtes Deutsch (nicht nur bei Ausländern):* Beim Bewerten von Klausuren entdeckte ich einen Text, der offensichtlich von einer Arbeit abgeschrieben ist, die ich nur wenige Minuten

zuvor in den Händen hatte. Es stecken nicht nur dieselben fachlichen Fehler drin. Auch sämtliche Rechtschreib-, Grammatik- und Zeichensetzungsfehler sind exakt kopiert.

### Technikabstinenz ist eine Konstante im deutschen Bildungswesen<sup>5</sup>

Bei uns ist es gesellschaftlich akzeptiert, die Abneigung gegenüber der Technik und gegenüber den Ingenieuren zur Schau zu stellen. Andererseits steigt man mit Gottvertrauen in Autos und Flugzeuge. Aber es ist nicht Gott, der da für Sicherheit sorgt. Es sind Ingenieure.

Selbst hohe Vertreter des öffentlichen Lebens brüsten sich mit Sätzen wie: Mathematik gehörte in der Schule nicht zu meinen Stärken<sup>6</sup>.

In der Mensa werde ich Zeuge eines Gesprächs: „Bei uns sind die Naturwissenschaften hoch angesehen. Die Leute sind stolz auf ihre Mathematikkenntnisse. In der Schule ist der Taschenrechner verboten.“ Ich schaue auf und blicke in junge, strahlende und stolze Gesichter - asiatische.

### Mathematik ist von der erlebten Welt getrennt

Ich erinnere mich an ein Spiegel-Gespräch, in dem Marlene Dietrich auf die Frage, warum sie die Mathematik so schätze, sinngemäß geantwortet hat, weil die Mathematik die Welt so einfach mache. Diese Erkenntnis ist in unserer Gesellschaft leider nicht verbreitet.

In einer Nachrichtentechnik-Vorlesungen des 1. Semesters frage ich „Wo finden Sie in diesem Raum einen Sinus?“ und erhalte keine Antwort - von über hundert Studenten. Mit „In der Steckdose“ wäre ich schon zufrieden gewesen. So erlebe ich viele der Studienanfänger: Für sie ist Mathematik überwiegend ohne praktischen Wert – sie hat mit der Welt nichts zu tun.

Mathematik als reine Denkübung zu verstehen, ist typisch deutsch. Die Wurzeln liegen wohl

1. in der - bezüglich der Anerkennung der Naturwissenschaften - nur halbherzigen Reform der preußischen Universitäten durch Wilhelm von Humboldt und
2. im deutschen Idealismus hegelianischer Prägung.

Nehmen wir als Beispiel Fuldas Universität (1734-1805). Sie war - wie die meisten europäischen Universitäten Ende des 18. Jahrhunderts - unterfinanziert und ohne wissenschaftsgeschichtliche Bedeutung<sup>7</sup>: „Insgesamt genügte die Lehre ... wohl nur durchschnittlichen Qualitätsansprüchen ... Bei der späteren Berufswahl dominierte der Priesterberuf.“

Angesichts des Bedeutungsschwunds der Universitäten wollten schließlich auch die Preußen die Universitäten durch Einrichtungen moderner Fachausbildung nach französischem Muster (Écoles Polytechniques) ersetzen<sup>8</sup>.

Die dann durch Wilhelm von Humboldt erneuerten Universitäten sind – anders als die Einrichtungen der Fachausbildung – nicht unmittelbar auf praktische Zwecke bezogen. Aber im-

---

<sup>5</sup> Das ist der Titel des Beitrags von Karl-Heinz Minks in der HIS-Kurzinformation, A5/2004 „Wo ist der Ingenieur nachwuchs?“, September 2004

<sup>6</sup> Gehört beispielsweise anlässlich der Eröffnung der Beutelspacher-Ausstellung „Mathematik zum Anfassen“ während der Fuldaer Mathematik-Wochen, 15.01.02

<sup>7</sup> Berge/Jäger/Martin: Zwischen Kreuz und Lilie. Beiträge zur Geschichte Fuldas. Parzeller, Fulda 1994. (Insgesamt waren in den 71 Jahren ihrer Existenz 4100 Studenten „eingeschrieben“. So viele Studenten hat die FH Fulda momentan!)

<sup>8</sup> Hermann Lübke: Modernisierung und Folgelasten. Trends kultureller und politischer Evolution. Springer, Berlin, Heidelberg 1997, S. 343

merhin stehen sie „in enger Beziehung auf das praktische Leben und die Bedürfnisse des Staates“.

Mathematik und Naturwissenschaft sind Hervorbringungen der klassischen philosophischen Fakultät. Und diese ist traditionell geringer geachtet und sie hatte nur propädeutische Aufgaben zur Vorbereitung auf die oberen Fakultäten<sup>9</sup>.

Das klassisch-humanistische Bildungsideal prägt die deutschen Universitäten. Die Naturwissenschaften erhalten nicht den ihnen angemessenen akademischen Rang. Wilhelm von Humboldt, der Sprachforscher, spricht von Chemie und Botanik als den „schrecklichen Wissenschaften“.

Die Philosophie Hegels erhebt den Anspruch, alle Erscheinungen des Natur- und Geisteslebens aus dem Wesen des Geistes abzuleiten. Wirklichkeitsbezug durch Experimente hat in diesem Gedankengebäude keinen Platz. Entlarvend ist eine Leseprobe aus seiner Philosophischen Propädeutik: „§ 110 Die reine Anschauung, aus ihrer Unmittelbarkeit in das An- und fürsichsein übergegangen oder der erfüllte Raum und Zeit ist die *Materie*. Das Außereinander des Raums und das Insichsein der Zeit absolut in Eins gesetzt, giebt den Begriff der Materie überhaupt.“ Unglaublich: Hier wird *Materie definiert!*

Immanuel Kant hat in seiner „Kritik der reinen Vernunft“ festgestellt, dass sich die reine Spekulation oder die Vernunft, sobald sie sich in ein Gebiet wagt, in dem sie auf keinen Fall von der Erfahrung überprüft werden kann, in Widersprüche oder *Antinomien* verwickelt. Für Hegel liegt es demgegenüber in der Natur der Vernunft, dass sie sich widersprechen muss<sup>10</sup>.

Hegel treibt Welterklärung vom Schreibtisch aus. Unsere gymnasiale Ausbildung scheint noch in der Tradition dieser hochgeistigen und nutzlosen Denküben zu stehen.

Das 19-te Jahrhundert hat aber auch Vorbilder zu bieten. Der jüngere Bruder des Wilhelm von Humboldt, Alexander von Humboldt, war ein zupackender Naturwissenschaftler und fesselnde Lehrer. Er ging in die Welt hinaus und vermaß sie<sup>11</sup>. Er verließ sich nicht auf Mutmaßungen, sondern auf *Berechnungen*. An seinen Auffassungen sollten wir uns orientieren, wenn es um die Reform der schulischen Ausbildung in Mathematik und Naturwissenschaften und deren Rang im Bildungswesen geht.

### ***Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien***

#### **TIMSS**

Die dritte internationale Mathematik- und Wissenschaftsstudie (Third International Mathematics and Science Study, TIMSS, 1996-1998) unter der Leitung von Albert Beaton von der College School of Education, Boston, bringt für uns Deutsche ernüchternde Erkenntnisse:

- Deutsche Schüler hinken dem internationalen Leistungsstand um 6 bis 12 Monate hinterher.
- Gegenüber der Mehrzahl der nord-, ost- und westeuropäischen Staaten und den asiatischen Ländern beträgt der Leistungsrückstand mehr als ein Schuljahr.
- Leistungsunterschiede innerhalb Deutschlands sind demgegenüber geringfügig.

---

<sup>9</sup> Hermann Lübke, S. 346. Der Faust-Monolog von Goethe beginnt so: „Habe nun, ach! /Philosophie, Juristerei und Medizin /Und leider auch Theologie /Durchaus studiert mit heißem Bemühn.“

<sup>10</sup> Karl Raimund Popper: Die offene Gesellschaft und ihre Feinde 2. Hegel, Marx und die Folgen. Francke Verlag, Bern 1958, S. 50

<sup>11</sup> Matthias Matussek: Der geniale Abenteurer. DER SPIEGEL 38/2004 (13.9.04)

- Mädchen erreichen in allen Schulformen schwächere Leistungen als die Jungen.
- In Japan werden bei gleichem Stundenaufkommen im Mathematikunterricht weitaus höhere Leistungen als in Deutschland erzielt (siehe die folgende Tabelle).

---

<i>Japan</i>	<i>Deutschland</i>
Variationsreichtum und hoher mathematischer Anspruch	Routinemäßiges bis schematisches Lösen inner-mathematischer Standardaufgaben
Problemlöseunterricht	Selbständiges, aktives Problemlösen ist nicht gefragt
Abwechslungsreiche und kognitiv anspruchsvolle Übungen mit offenen Aufgabenstellungen	Zusammenhang mit Alltag und Umwelt fehlt
Geringeres Interaktionstempo	Kein fachübergreifendes Lernen
Häufig wechselnde Sozialformen, Gruppen- und Partnerarbeiten	Gegliedertes Schulsystem
Einheitsschulsystem ohne Sitzenbleiben	

---

## PISA

Auch PISA (Programme for International Student Assessment, OECD, 2000) bringt keine frohe Kunde. Das Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, (MPIB, Berlin) berichtet 2003:

- In Mathematik sind die deutschen Schüler weit unter Durchschnitt: Rang 20-22 von 32.
- An den Genen liegt es nicht: Die Unterschiede waren bei den 9-Jährigen geringer als bei den 13- und 14-Jährigen.
- Auch die Besten liegen unter dem internationalen Durchschnitt.
- Als Ursachen werden die zu späte Einschulung und eine systematische Unterforderung ausgemacht.
- Es gibt krasse Leistungsunterschiede und
- eine starke Kopplung der schulischen Leistung an die soziale Herkunft.
- Die Trennung nach Schultypen zementiert den Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Lernerfolg.
- Frauenerwerbstätigkeit, Kinderzahl, Familientyp sind ohne signifikanten Einfluss auf Bildungserfolg.
- Beklagt werden Leistungsdruck und fehlende Unterstützung durch Lehrer.
- Migrantenanteil von 20% reduziert mittlere Leistung sprunghaft.
- Gute Integration ausländischer Schüler wirkt sich positiv aus.

## ***Eine statistische Analyse der Abschlussprüfungen an hessischen Haupt- und Realschulen 2004***

Die Grundgesamtheit: 15 hessischen Schulamtsbezirke

Es folgt eine Liste der untersuchten Merkmale (Zielgrößen und Einflussgrößen). Die Daten sind, soweit nicht anders angegeben, vom Hessischen Statistischen Landesamt. Da die Hessischen Schulamtsbezirke sich aus ein oder zwei Landkreisen bzw. kreisfreien Städten zusammensetzen, sind die jeweiligen Zählzeiten der Landkreise gegebenenfalls zu den entsprechenden Zählzeiten der Schulamtsbezirke zusammenzufassen und erst danach zueinander in Beziehung zu setzen.



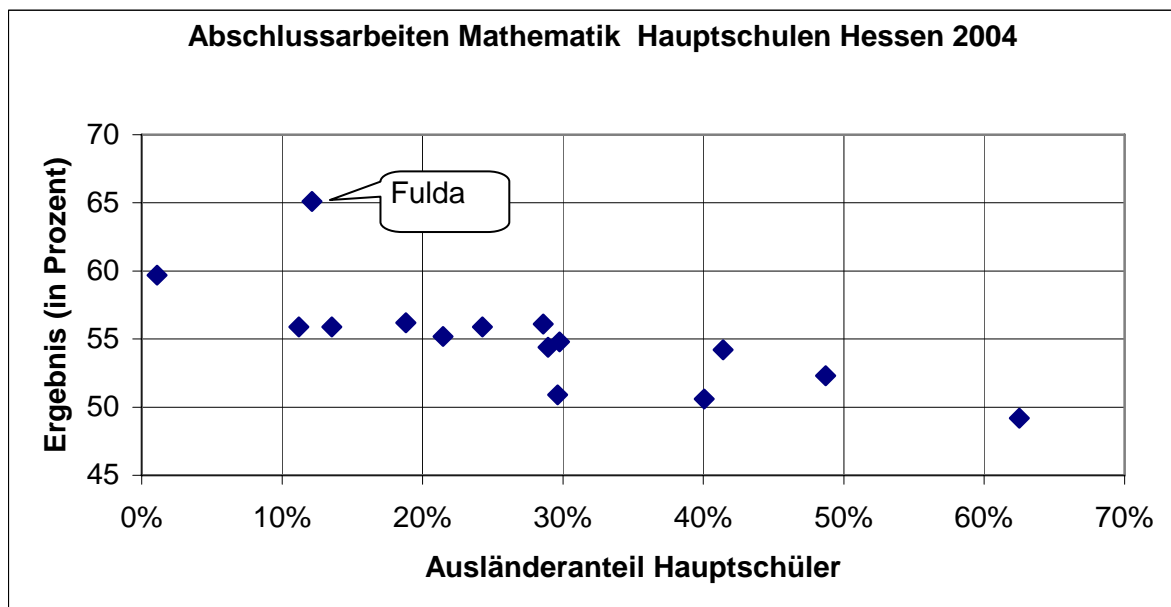
1. Ergebnisse der Abschlussarbeiten an Haupt- und Realschulen in den Fächern Mathematik, Deutsch und Englisch 2004 (Foliensatz des Hessische Kultusministeriums, Oktober 2004).
2. Ausländeranteil: Das ist der Anteil der Ausländer an der Schülerschaft, getrennt nach Haupt- und Realschule.
3. Gesamtschüleranteil: Für jeden Schulamtsbezirk wird die Zahl der Schüler an integrierten Gesamtschulen bezogen auf die Schüler an Gymnasien, integrierten Gesamtschulen und kooperativen Gesamtschulen.
4. Abiturientenquote: Anteil derjenigen eines Jahrgangs, die Abitur machen. Diese Kennzahl erfordert eigentlich eine Längsschnitterfassung. Benötigt wird aber eine für das Jahr gültige Kennzahl. Deshalb wird zur Annäherung an den Merkmalswert der Quotient aus der Anzahl der Abiturienten 2004 und der Anzahl der zum Erfassungszeitpunkt (31.12.2003) gerade 19-Jährigen gebildet.
5. Frauenerwerbstätigkeit: Anteil der Frauen an den sozialversicherungspflichtig Beschäftigten
6. Bevölkerungsdichte: Einwohner je Quadratkilometer

Die sich so ergebende Datenbasis ist im Anhang komplett dargestellt.

### Einfachregression

Bei der Einfachregression geht man von einer Darstellung zweier Merkmalsgrößen einer Grundgesamtheit in einem kartesischen Koordinatensystem aus. Eine spielt die Rolle der Einflussgröße. Sie wird auf der Abszisse angetragen. Darüber erscheint auf der Ordinate die Zielgröße.

Nehmen wir die Mathematik-Ergebnisse an Hauptschulen als Zielgröße und den Ausländeranteil in den Hauptschulen als Einflussgröße, so ergibt sich die folgende Graphik.



Sehen wir uns den Datenpunkt für den Schulamtsbezirk Fulda an: Der Ausländeranteil ist gleich 0.121 und die Mathematik-Ergebnisse liegen bei 65.1.

Mit  $x$  bezeichnen wir die Einflussgröße (Ausländeranteil) und mit  $y$  die Zielgröße (Mathematik-Ergebnis). Wir nummerieren die Elemente der Grundgesamtheit von 1 bis  $n$  durch. In un-

serem Fall ist  $n=15$ . Zum  $i$ -ten Element gehört das Merkmalspaar  $(x_i, y_i)$ . Der Index  $i$  durchläuft die Werte von 1 bis  $n$ .

Für das Verständnis der folgenden Analyse sind zwei statistische Kenngrößen wichtig: *Mittelwert* (Erwartungswert) und die *Streuung* (Varianz) eines Merkmals.

Den Mittelwert eines Merkmals  $x$  kennzeichnen wir durch Überstreichung:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ . Der Index  $i$  durchläuft bei Summenbildung jeweils die Werte 1, 2, ...,  $n$ .

Die Streuung  $s_x^2$  eines Merkmals  $x$  ist gleich der mittleren quadratischen Abweichung der Merkmalswerte vom Mittelwert:  $s_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ . Dass im Nenner  $n-1$  und nicht  $n$  steht, hat gute Gründe, braucht uns aber nicht weiter zu bekümmern<sup>12</sup>.

Die Wurzel  $s$  der Streuung  $s^2$  heißt *Standardabweichung*. Bei normal verteilten Merkmalsgrößen weichen die meisten Merkmalswerte um nicht mehr als die Standardabweichung vom Mittelwert ab. Nur etwa 32 % der Merkmalswerte halten sich nicht daran.

Für die hier betrachteten Wertepaare aus Ausländeranteil und Mathe-Ergebnis ergeben sich die folgenden Kennwerte:  $(\bar{x}, \bar{y}) = (0.275, 50.9)$  und  $(s_x^2, s_y^2) = (0.0254, 14.8)$ .

Die Merkmalswerte streuen nicht unabhängig voneinander. Die Grafik legt folgenden Zusammenhang nahe: Je höher der Ausländeranteil umso schlechter sind tendenziell die Mathematik-Ergebnisse.

Wir fragen, ob sich ein Teil der Streuung der Zielgröße nicht durch entsprechende Streuung der Einflussgröße erklären lässt. Wir bilden mit Hilfe der Einflussgröße eine lineare Schätzung  $\hat{y}$  der Zielgröße  $y$ , wobei wir von vornherein festlegen wollen, dass die Schätzgröße denselben Mittelwert wie die Zielgröße haben soll:  $\hat{y}_i = a(x_i - \bar{x}) + \bar{y}$ . Was noch fehlt, ist ein passender Wert für die Konstante  $a$ .

Wir legen  $a$  so fest, dass das *Residuum*  $r_i$ , das ist die Differenz aus Ziel- und Schätzgröße ( $r_i = y_i - \hat{y}_i$ ), eine möglichst geringe Streuung besitzt.

Die so ermittelte Trend-Schätzung heißt *Regressionsgerade* und deren Steigung  $a$  wird *Regressionskoeffizient* genannt. Für den vorliegenden Fall ergibt sich der Wert  $a = -18.468$ . Die folgende Graphik zeigt einen Vergleich der Werte der Zielgröße mit denjenigen der Schätzgröße.

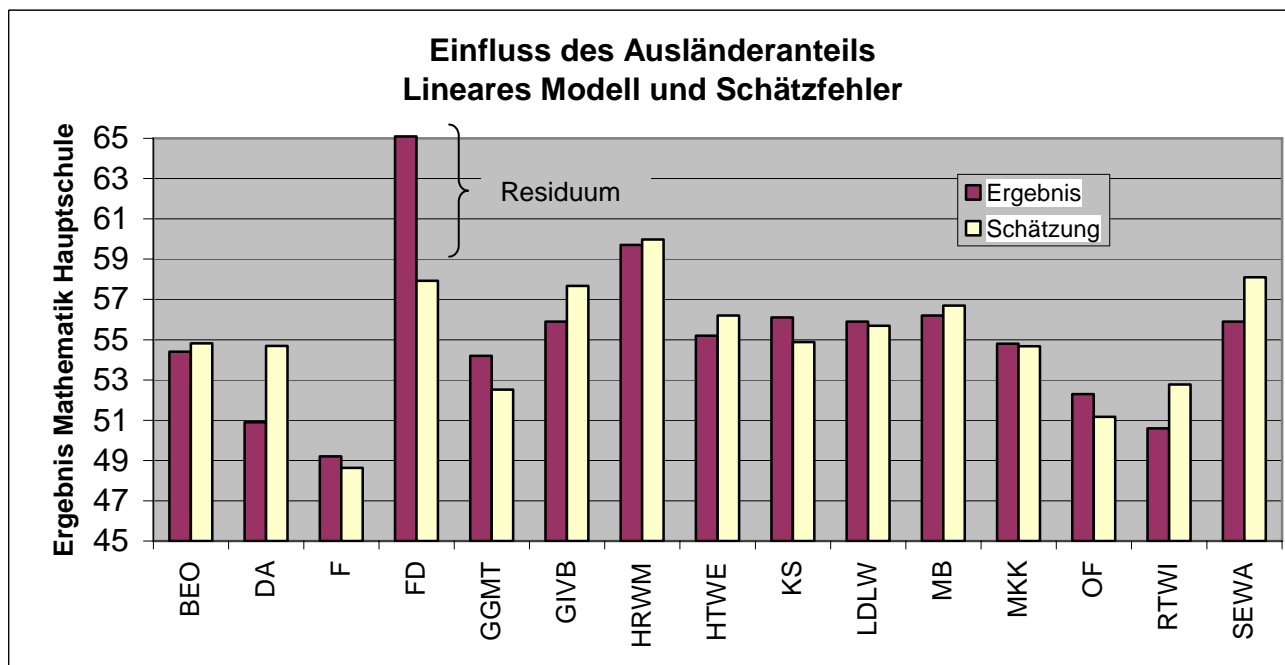
Die Streuung der Zielgröße ist gleich  $s_y^2 = 14.8$ . Die Streuung des Residuums beträgt  $s_r^2 = 6.14$ . Es ergibt sich also eine Verminderung um 8.66. Das ist genau die Streuung der Schätzgröße  $s_{\hat{y}}^2$ . Für die Standardabweichungen von Ziel-, Schätzgröße und Residuum gilt eine Art „Satz des Pythagoras“<sup>13</sup>:  $s_y^2 = s_{\hat{y}}^2 + s_r^2$ .

---

<sup>12</sup> Bezüglich der Methoden der schließenden Statistik orientiere ich mich am Buch „Angewandte Statistik“ von Lothar Sachs (7. Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1992). Folgende Themen sind hier relevant: Korrelation- und Regression, Bestimmtheitsmaß (S. 503 ff.). Verteilungsunabhängige Abhängigkeitsmaße (S. 510 ff.). Schätzungen für Standardabweichung und Kovarianz (S. 524). Mehrfachregression (S. 574).

<sup>13</sup> Athanasios Papoulis: Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. McGraw-Hill, New York 1965

Die Streuung der Schätzgröße  $s_y^2 = s_y^2 - s_r^2$  ist genau der Teil der Streuung der Zielgröße, der sich durch die Einflussgröße erklären lässt. Bezieht man diese Streuung auf die der Zielgröße, ergibt sich das *Bestimmtheitsmaß*  $B$ :  $B = \frac{s_y^2}{s_y^2} = \frac{s_y^2 - s_r^2}{s_y^2}$ .



Das Bestimmtheitsmaß  $B$  ist gleich der prozentualen Verminderung der Streuung durch die lineare Schätzung. Auch so: Das Bestimmtheitsmaß ist derjenige Anteil der Streuung der Zielgröße, der sich durch die Einflussgröße erklären lässt. Für  $B = 100\%$  ist die Schätzung exakt richtig. Für  $B = 0\%$  besteht kein Zusammenhang zwischen Ziel- und Einflussgröße.

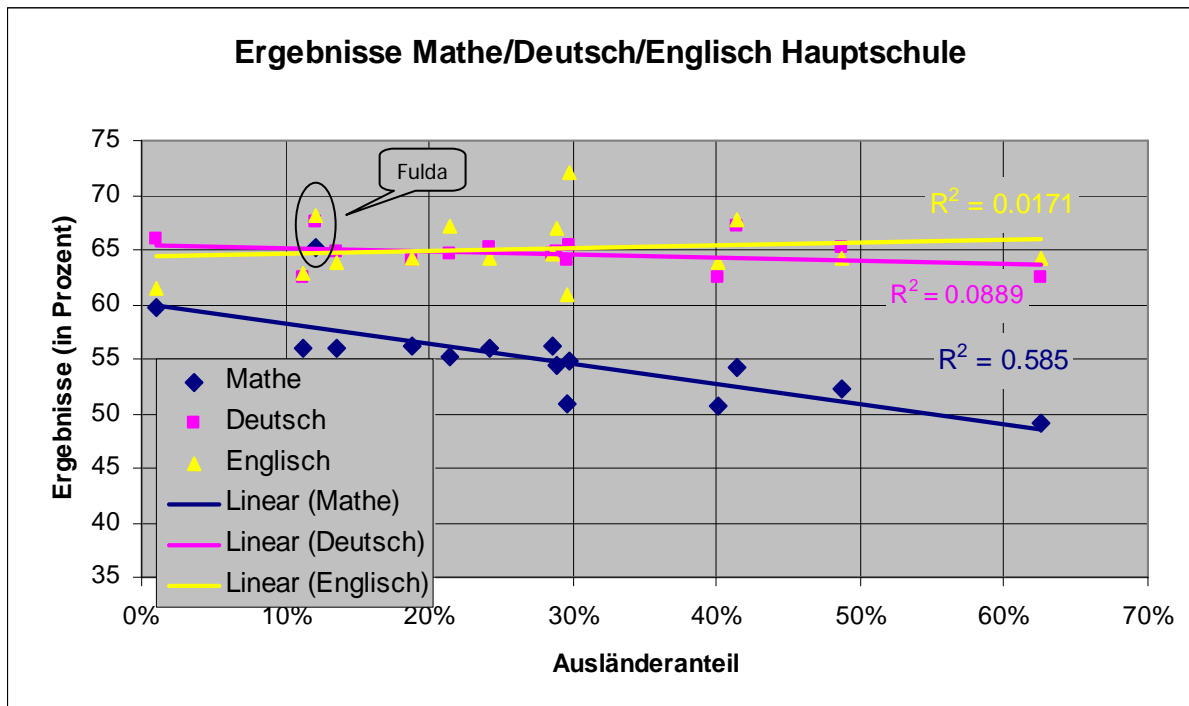
Für Vergleiche eignet sich der *standardisierte Regressionskoeffizient*  $a \cdot \frac{s_x}{s_y}$  besonders gut.

Der standardisierte Regressionskoeffizient ist im Falle der Einfachregression gleich dem *Korrelationskoeffizienten*  $r$ . Er ist ein Maß für Stärke und Richtung (Vorzeichen) des Zusammenhangs zwischen Einfluss- und Zielgröße. Sein Quadrat ist gleich dem Bestimmtheitsmaß:  $B = r^2$ .

Die folgende Graphik zeigt die Ergebnisse in Mathematik, Deutsch und Englisch an Hauptschulen in ihrer Abhängigkeit vom Ausländeranteil. Eingezeichnet sind die Regressionsgeraden zusammen mit den Bestimmtheitsmaßen, die hier mit  $R^2$  anstelle von  $B$  bezeichnet sind.

In der darauf folgenden Tabelle sind die Bestimmtheitsmaße für alle untersuchten Ziel- und Einflussgrößen erfasst mit einer Ausnahme: Die Bevölkerungsdichte hängt derart eng mit dem Ausländeranteil zusammen (Bestimmtheitsmaß um die 90%), so dass sich durch Berücksichtigung der Bevölkerungsdichte nichts wesentlich Neues ergibt. Rote Einträge entsprechen negativen, schwarze Einträge gehören zu positiven Zusammenhängen. Felder mit Werten ab 30% sind farbig hervorgehoben.

*Fazit:* Der Gesamtschüleranteil ist ohne nennenswerten Einfluss auf die Ergebnisse der Abschlussarbeiten. Zwischen den Mathematik-Leistungen und dem Ausländeranteil gibt es einen starken negativen linearen Zusammenhang. Die Frauenerwerbstätigkeit hat ebenfalls einen negativen Einfluss. Hier ist die Kopplung weniger stark.



Bestimmtheitsmaß	AuslAnteil	GesSchulAnteil	AbiQuote	FrauenErw
Mathe (H)	59%	11%	36%	45%
Deutsch(H)	9%	0%	27%	34%
Englisch (H)	2%	2%	3%	2%
Mathe (R)	45%	22%	15%	37%
Deutsch (R)	32%	17%	14%	22%
Englisch (R)	15%	16%	3%	3%

### Rangkorrelationsanalyse schließt Zufall aus

Die bisherige Analyse gibt Anlass zu einer Reihe von Fragen: Wie vertrauenswürdig sind die Ergebnisse der Regressionsanalyse? Könnten die Zusammenhänge nicht auch Ergebnis des reinen Zufalls sein?

Der Korrelationskoeffizient  $r$  sagt etwas über Richtung (Vorzeichen) und Wirkung des Zusammenhangs zweier Merkmale. Schauen wir uns den Korrelationskoeffizienten für den Zusammenhang zwischen den Merkmalen  $x$  und  $y$  genauer an.

Mit der Kovarianz  $Cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$  ist der *Korrelationskoeffizient* definiert durch  $r = \frac{Cov(x, y)}{s_x \cdot s_y}$ . Seine Werte liegen im Intervall von -1 bis +1.

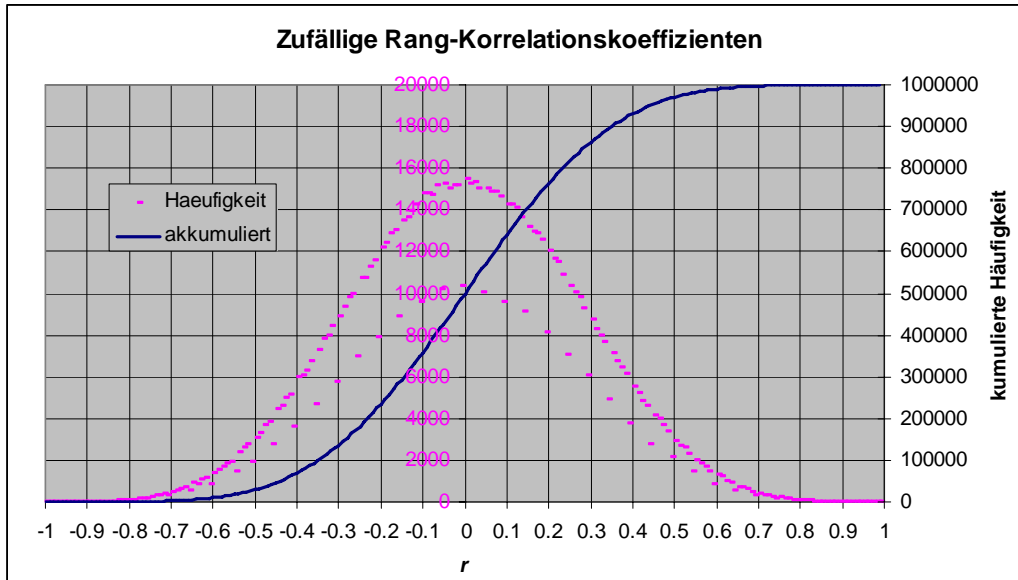
Die vorhergehende Tabelle enthält die Quadrate der Korrelationskoeffizienten (Bestimmtheitsmaße). Ist ein großer Wert von, sagen wir,  $B = 45\%$  tatsächlich ein Indikator für einen Zusammenhang. Oder könnte dieser Wert auch auf reinem Zufall beruhen?

Leider wissen wir nichts über die zu Grunde liegenden Verteilungen. Deshalb müssten wir für derartige Aussagen zusätzliche Annahmen machen. Wir würden nicht viel gewinnen.

Wir machen uns von der Verteilung der Merkmalswerte unabhängig. Dazu führen wir Rangzahlen ein, ordnen die Grundgesamtheit jeweils nach dem Merkmal und nummerieren die

Grundgesamtheit nach aufsteigenden Merkmalswerten durch. Rangzahlen treten nun an die Stelle von Merkmalswerten. Der so berechnete Korrelationskoeffizient zwischen zwei Rangzahlenreihen heißt zur Unterscheidung von dem für die ursprünglichen Merkmalswerte *Rang-Korrelationskoeffizient* oder – in der angelsächsischen Literatur - *Spearman's Rho*.

Die folgende Graphik zeigt das Histogramm der Rang-Korrelationskoeffizienten einer Million rein zufällig gewählter Ranganordnungen zweier je 15-wertigen Merkmalsreihen.



Eine genauere Analyse zeigt, dass die Rang-Korrelationskoeffizienten in 95 % der Fälle kleiner als 0.446, und in 99 % der Fälle kleiner als 0.604 sind. Umgekehrt ausgedrückt: Ist ein Rang-Korrelationskoeffizient wenigstens gleich 0.446, dann lässt sich der reine Zufall (also die stochastische Unabhängigkeit der Rangfolgen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % ausschließen. Und dementsprechend ist bei Rang-Korrelationskoeffizienten von wenigstens 0.604 der reine Zufall mit 99-prozentiger Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen.

Der Statistiker drückt das auch so aus: Die Nullhypothese, nämlich dass die beiden betrachteten Rangfolgen statistisch unabhängig sind, wird auf dem 5 %-Niveau (auch: Signifikanzniveau) *verworfen*, wenn der Rang-Korrelationskoeffizient wenigstens gleich 0.446 ist<sup>14</sup>.

Die Annahme (Hypothese) eines *positiven stochastischen Zusammenhangs* gilt als *bestätigt*, wenn die Hypothese der stochastischen Unabhängigkeit (Wirkung des reinen Zufalls) zu *verwerfen* ist.

Wir haben es hier mit einer *einseitigen Fragestellung* zu tun: Vorab wird nach steigenden oder nach fallenden Merkmalswerten sortiert, je nachdem, für welche der Sortierungen eine positive Korrelation erwartet werden kann. Als Alternativhypothese zur Nullhypothese nehmen wir also eine positive Korrelation an.

In der folgenden Tabelle werden die hessischen Schulamtsbezirke nach

1. den Ergebnissen der Abschlussarbeiten im Fach Mathematik an den Hauptschulen,
2. dem Ausländeranteil,
3. dem Gesamtschüleranteil,
4. der Abiturientenquote und
5. dem Frauenanteil unter den Beschäftigten

<sup>14</sup> Lothar Sachs, 1992, S. 181

geordnet. Stimmen zwei Anordnungen weitgehend überein, dann lässt sich ein Zusammenhang zwischen den Größen vermuten. Durch Farbkennzeichnung der Schulamtsbezirke soll der Spaltenvergleich erleichtert werden.

Die erste Spalte enthält die Zielgröße (Mathematik-Ergebnisse an Hauptschulen). Unter den Spalten der Einflussgrößen ist jeweils der Rang-Korrelationskoeffizient zwischen Ziel- und Einflussgröße angegeben.

Bei den Ergebnissen kommt es vor, dass zwei oder mehr Merkmalswerte gleich sind. Bei derartigen Bindungen (Ties) wird jedem der beteiligten Elemente der Mittelwert der Rangplätze zugeordnet.

Bei einem Signifikanzniveau von 5% ist das Feld des Rang-Korrelationskoeffizienten hellgelb unterlegt. Bei einem Signifikanzniveau von 1% ist das Feld orange.

Mathematik-Ergebnis Hauptschule (fallend)	Ausländeranteil (steigend)	Anteil Integrierte Gesamtschule (steigend)	Abiturientenquote (steigend)	Frauenerwerbstätigkeit (steigend)
FD	HRWM	FD	LDLW	LDLW
HRWM	SEWA	SEWA	HRWM	FD
MB	FD	BEO	GGMT	BEO
KS	GIVB	MB	FD	HRWM
SEWA	MB	HTWE	KS	SEWA
GIVB	HTWE	HRWM	SEWA	GGMT
LDLW	LDLW	F	MKK	MKK
HTWE	KS	OF	MB	DA
MKK	BEO	DA	OF	MB
BEO	DA	LDLW	BEO	HTWE
GGMT	MKK	RTWI	GIVB	GIVB
OF	RTWI	KS	RTWI	OF
DA	GGMT	GGMT	F	KS
RTWI	OF	MKK	DA	RTWI
F	F	GIVB	HTWE	F
<b>Rang-Korrelationskoeffizient</b>	<b>0.864</b>	0.308	<b>0.606</b>	<b>0.498</b>

In der nächsten Tabelle ist dasselbe noch einmal für die Mathematik-Ergebnisse an Realschulen durchgeführt.

Mathematik-Ergebnis Realschule (fallend)	Ausländeranteil (steigend)	Anteil Integrierte Gesamtschule (steigend)	Abiturientenquote (steigend)	Frauenerwerbstätigkeit (steigend)
FD	HRWM	FD	LDLW	LDLW
MB	SEWA	SEWA	HRWM	FD
LDLW	FD	BEO	GGMT	BEO
SEWA	GIVB	MB	FD	HRWM
MKK	MB	HTWE	KS	SEWA
HRWM	HTWE	HRWM	SEWA	GGMT
RTWI	LDLW	F	MKK	MKK
HTWE	KS	OF	MB	DA
BEO	BEO	DA	OF	MB
DA	DA	LDLW	BEO	HTWE
KS	MKK	RTWI	GIVB	GIVB
OF	RTWI	KS	RTWI	OF
GGMT	GGMT	GGMT	F	KS
GIVB	OF	MKK	DA	RTWI
F	F	GIVB	HTWE	F
<b>Rang-Korrelationskoeffizient</b>	<b>0.563</b>	<b>0.475</b>	0.424	<b>0.608</b>

### Was ist Ursache – was Wirkung?

Wie alles Leben auf der Erde gehen wir davon aus, dass die Welt von Recht und Ordnung zusammengehalten wird, und dass es sich lohnt, diese Ordnung aufzuspüren. Beim Aufspüren der Ordnung helfen uns die *angeborenen Lehrmeister*, die Strukturierung, das Denken in Ursache-Wirkungsketten und die Neigung zu Erweiterungsschlüssen, die Induktion also. Ohne diese angeborenen Lehrmeister wäre wissenschaftliches Arbeiten kaum denkbar.

Kein Wunder, dass wir bei jeder irgendwie bemerkenswerten Erscheinung nach deren Ursache suchen. Und wir werden dabei auch immer fündig. Wir begnügen uns zuweilen mit Scheinursachen und oft sind wir vorschnell. Wir irren uns derartig oft, dass man das lineare Kausaldenken den *Denkfallen* zurechnen muss<sup>15</sup>.

Wir wollen diese Denkfalle hier möglichst vermeiden und die bisher aufgedeckten Zusammenhänge nicht voreilig als Ursache-Wirkungsbeziehung deuten („Ausländer in der Klasse lassen die Leistungen sinken“, „Geht die Frau an die Arbeit, sind die Kinder in Mathe schlecht“).

Drei Arten von Zusammenhängen (Assoziationen) sind zu unterscheiden:

1. Die ungerichtete Assoziation oder *Korrelation*: Die Größen sind gleichberechtigt. Stärke und Vorzeichen des Zusammenhangs werden mittels Korrelationsanalyse festgestellt und mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten ausgedrückt.
2. Die gerichtete Assoziation. Hier wird eine der Größen als Zielgröße  $y$  ausgezeichnet und die andere als Einflussgröße  $x$ , so wie man in der Mathematik die Variablen des Bild- und des Definitionsbereichs unterscheidet und in einen funktionalen Zusammenhang bringt:  $y = f(x)$ . Die beiden Variablen können sehr wohl ihre Rollen tauschen. Die mehr oder weniger willkürliche Einteilung von Merkmalen in Ziel- und Einflussgrößen ist Ausgangspunkt der *Regressionsanalyse*.
3. *Kausale Korrelation*: Hier wird der Einflussgröße die Rolle der Ursache und der Zielgröße die Rolle einer Wirkung zugedacht. „Ursache ist jede Bedingung, die nicht hinweggedacht werden kann – die wesentlichen Anteil an dem Eintritt der Wirkung hat“<sup>16</sup>.

Die Zusammenhänge 1 und 2 machen keine Schwierigkeiten. Wir haben solche Assoziationen festgestellt und mittels Korrelations- und Regressionskoeffizienten auch gemessen. Mit der dritten Art betreten wir ein Gelände, in dem unsere Logik an Grenzen stößt.

Die Frage nach den Ursachen lässt sich in den empirischen Wissenschaften noch leidlich gut klären. Hier beschränkt man sich auf solche Ursache-Wirkungs-Beziehungen, die sich in *kontrollierten* und *wiederholbaren Experimenten prüfen* lassen. Schlage ich unter kontrollierten Randbedingungen auf ein Glas mit bestimmten Werkstoffeigenschaften, bricht es mit hoher Wahrscheinlichkeit. Lasse ich die Ursache weg (den Schlag auf das Glas), so bricht es bei ansonsten gleichen Randbedingungen nicht, die Wirkung tritt also nicht ein. Die Ursache-Wirkungs-Beziehung ist mit einer Folge statistischer Experimente nachprüfbar.

Fundamentale Eigenschaft einer Ursache ist, dass die Wirkung nicht eintritt, wenn man sie weglässt.

Was aber ist mit dem Satz: „Kängurus fallen nur deshalb nicht um, weil sie einen Schwanz haben.“ Kontrollierte und wiederholbare Experimente mit schwanzlosen Kängurus gibt es nicht. Zur Ergründung des Ursache-Wirkungs-Mechanismus bleibt uns nichts anderes übrig, als uns den Schwanz „hinwegzudenken“. Das läuft darauf hinaus, sich eine Welt mit schwanzlosen Kängurus vorzustellen, die unserer Welt ansonsten so ähnlich wie möglich ist<sup>17</sup>.

---

<sup>15</sup> Wer mehr über Denkfallen wissen will, findet Hintergründe und kommentierte Beispiele auf meiner Homepage [www.fh-fulda.de/~grams/index.htm](http://www.fh-fulda.de/~grams/index.htm). Wer in Google das Stichwort „Denkfallen“ eingibt, landet auch dort.

<sup>16</sup> Lothar Sachs, 1992, S. 509

<sup>17</sup> David Lewis: Counterfactuals. Blackwell, Oxford 1973.



Das gedankliche Weglassen von in der realen Welt tatsächlich vorhandenen Bedingungen ist *kontra-faktisch* (counterfactual)<sup>18</sup>.

In der Statistik haben wir lauter „Känguru-Probleme“: Kontrollierte Experimente, bei denen man mögliche Ursachen (wie die Frauenerwerbstätigkeit) einfach weglassen kann bei gleichzeitiger Beibehaltung aller anderen Bedingungen, gibt es nicht.

Es bleiben uns also die kontra-faktischen Aussagen für das Herausfinden von Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Zum Beispiel könnten wir danach fragen, was mit den Leistungen passieren würde, wenn es an den Schulen keine Ausländer gäbe oder wenn alle Frauen grundsätzlich nicht erwerbstätig wären. Aber damit landen wir im Bereich der Spekulation.

Wir stehen also vor einer unerfreulichen Situation: Uns drängt es danach, Ursachen für unerwünschte Resultate aufzuzeigen, so dass wir zu zielgerichteten Abhilfemaßnahmen kommen können. Andererseits gibt es keine Regeln dafür, was als Ursache und was als Wirkung anzusehen ist.

Uns bleibt nicht viel anderes übrig als Plausibilitätsüberlegungen – kontra-faktische, wenn man so will – zu Hilfe zu nehmen und die Merkmale mehr oder weniger nach Gutdünken in die Rolle entweder der Ursache oder der Wirkung zu zwingen. Dabei kommt möglicherweise eine Kollektion von hypothetischen Ursache-Wirkungs-Beziehungen wie in der folgenden Tabelle heraus.

<b>Ursache</b>	<b>Wirkung</b>
Viele Ausländer	Schlechte Noten
Wenige Gesamtschulen	Gute Noten
Vitaminreiche Kost	Gute Noten
Wenige Störche	Wenige Geburten
Schlaue Eltern	Gute Noten
Industrialisierung	Wenige Störche
Industrialisierung	Wenige Geburten
Hohe Ortslage	Gute Noten
Wenige Kirchgänger	Schlechte Noten

Mit der hier betriebenen schließenden Statistik lassen sich solche Hypothesen über Ursache-Wirkungs-Beziehungen nicht „beweisen“. Aber sie hilft unter Umständen, Hypothesen als falsch zu entlarven. Und das geht so:

Eine Kausalbeziehung (Ursache → Wirkung) zieht einen stochastischen Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung zwingend nach sich. Wird der stochastische Zusammenhang auf einem bestimmten Signifikanzniveau bestätigt, hat sich die Hypothese der Kausalbeziehung dementsprechend *bewährt*. Lässt sich demgegenüber der Zufall nicht mit hinreichender Sicherheit ausschließen, sollten wir die Hypothese besser aufgeben.

In diesem Sinne können die folgenden Hypothesen auf dem Signifikanzniveau von wenigstens 5% als bewährt gelten: Sowohl hohe Ausländeranteile als auch überdurchschnittliche Frauenerwerbstätigkeit haben verminderte Leistungen zur Folge. Das heißt nur, dass diese Hypothesen den Test überstanden haben, nicht mehr.

### Zusammenwirken mehrerer Einflüsse - Mehrfachregression

Wie wir gesehen haben, lässt sich das außerordentlich gute Abschneiden der Fuldaer Schüler durch keinen der betrachteten Einflussfaktoren erklären. Wie aber steht es mit dem Zusammenwirken mehrerer Einflussfaktoren? Könnte sich das das gute Abschneiden der Fuldaer

---

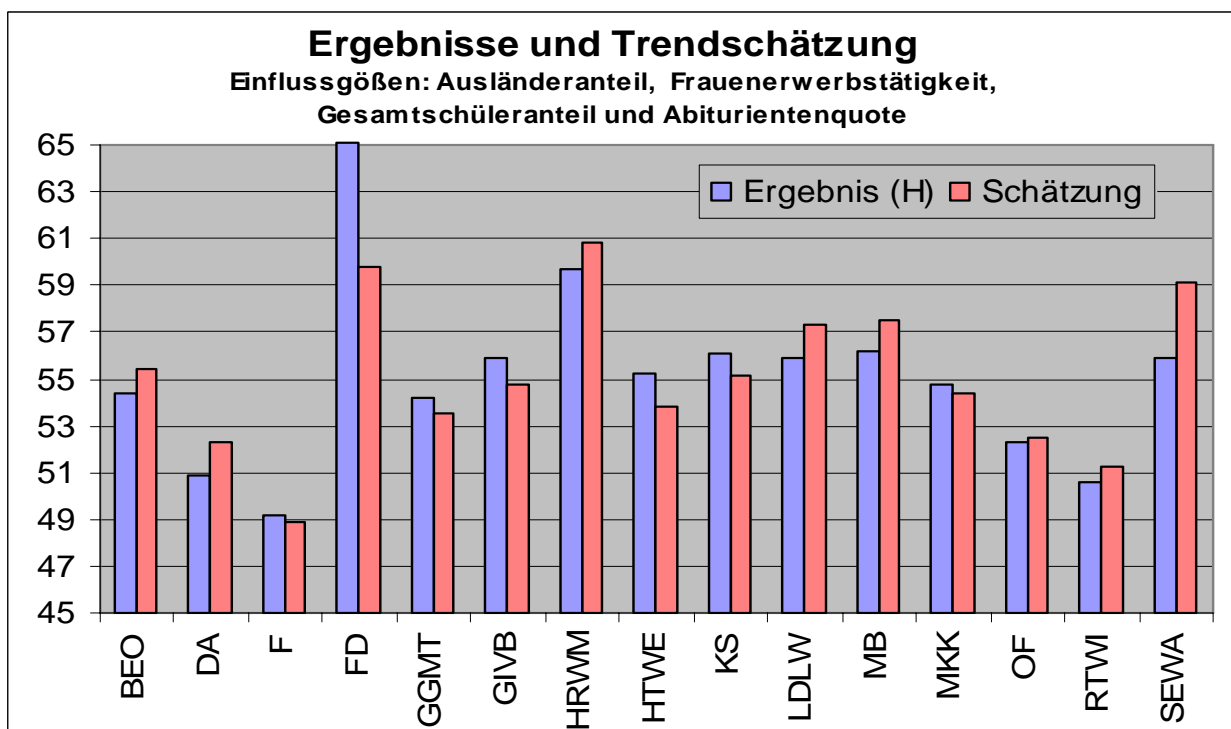
<sup>18</sup> A impliziert kontra-faktisch C genau dann, wenn  $A \wedge C$  in einer Welt wahr ist, die unserer Welt ähnlicher ist als jede Welt, in der  $A \wedge \neg C$  gilt (Collins/Hall/Paul: Causation and Counterfactuals. Bradford, Cambridge, Mass. 2004, S. 4).



Schüler etwa durch das glückliche Zusammenwirken mehrere Einflussfaktoren erklären lassen?

Beim Ansatz der Mehrfachregression betrachtet man den Einfluss mehrerer Einflussgrößen auf die Zielgröße. Auch in diesem Fall macht man einen linearen Ansatz. Für den Fall zweier Einflussgrößen ( $x$  und  $y$ ) und einer Zielgröße  $z$  sieht der Ansatz beispielsweise so aus:  $\hat{z}_i = a(x_i - \bar{x}) + b(y_i - \bar{y}) + \bar{z}$ . Auch hier werden die Regressionskoeffizienten  $a$  und  $b$  so eingerichtet, dass die Streuung des Residuums  $r_i = z_i - \hat{z}_i$  minimal wird. Wie bei der Einfachregression definieren wir das Bestimmtheitsmaß  $B$  als den Prozentsatz, um den sich die Streuung des Residuums gegenüber der Streuung der Zielgröße vermindert.

In der folgenden Graphik ist die Trendschätzung für die Mathematik-Ergebnisse an Hauptschulen zu sehen. Berücksichtigt sind vier relevanten Einflussgrößen. Das Bestimmtheitsmaß ist gleich 0.748. Drei Viertel der Streuung der Zielgröße werden durch die vier Einflussgrößen erklärt. Trotz dieser hohen Bestimmtheit lässt sich das gute Abschneiden der Fuldaer Schüler nicht vollständig aus den Einflussgrößen heraus erklären.



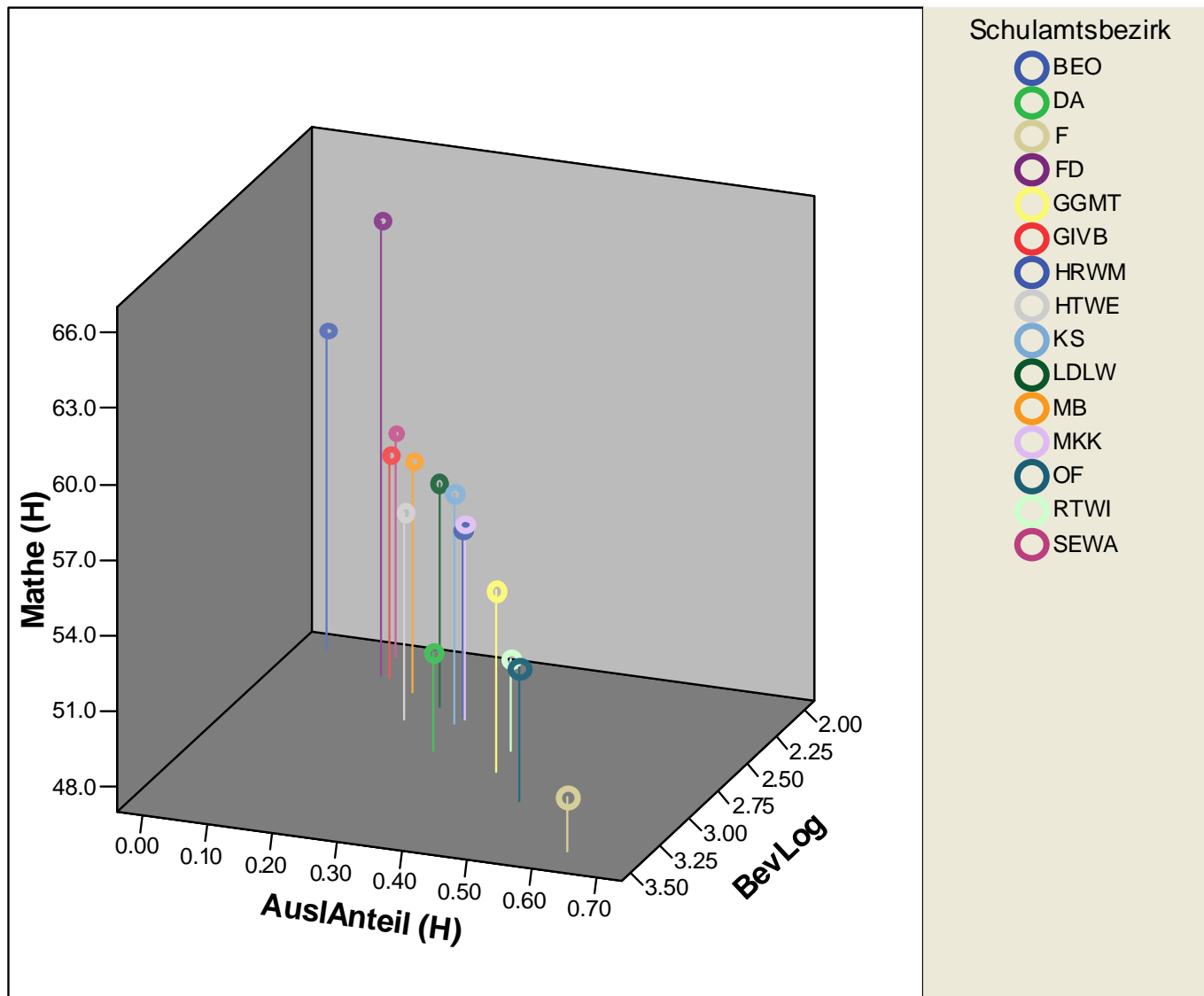
### Probleme der Mehrfachregression

Mehrfachregression kann helfen, das Zusammenwirken von Einflüssen deutlich zu machen. Aber es gibt ein paar Fallen, vor denen man sich hüten muss. Hier sind zwei davon:

1. Überschätzung der Bestimmtheit
2. Phantomeffekte

*Überschätzung der Bestimmtheit.* Je mehr Einflussfaktoren berücksichtigt werden, desto schwächer sind die Aussagen. Bei fünf Einflussfaktoren und nur 15 Merkmalwerten kommen auf jeden Einflussfaktor nur 3 Merkmalwerte. Bei 14 Einflussfaktoren wird das Bestimmtheitsmaß praktisch immer gleich eins. Und dabei ist es ziemlich egal, welche Merkmalreihen man hinzufügt. Das Durchschnittsalter der Bürgermeister des Schulamtsbezirks bringt es genau so wie die Anzahl der Geflügelzüchter. Die Regression ist schließlich ohne jegliche Aussagekraft.

*Phantomeffekte.* Die folgende Graphik stellt die Zielgröße  $z$  (Mathematikergebnisse an Hauptschulen) in Abhängigkeit von den beiden Einflussgrößen (logarithmierte) Bevölkerungsdichte  $x$  und Ausländeranteil  $y$  dar. Die Regressionsrechnung ergibt für die Schätzgröße die folgende Formel  $\hat{z} = 0.592x - 19.816y + 59.046$ . Der negative Einfluss des Ausländeranteils sieht hier noch schlimmer aus als im Fall der Einfachregression, wo sich die folgende Schätzung ergibt:  $\hat{z} = -7.454y + 73.882$ . Der sehr große negative Einfluss des Ausländeranteils wird scheinbar durch die ansonsten positiven Einflüsse des Ballungsgebiets gemildert.



Aber das scheint nur so! Beim genauen Hinsehen stellt sich heraus, dass die Mehrfachregression auf buchstäblich wackligen Beinen steht und dass es sich bei dem positiven Einfluss des Ballungsgebiets wohl um einen Phantomeffekt handelt.

Bei der Mehrfachregression wird die Punktwolke (die bunten Luftballons) der Grafik durch eine Ebene angenähert. Die Luftballons liegen aber fast in einer Linie. Bereits geringe Abweichungen der Werte können die Ebene nach links vorne oder aber nach rechts hinten kippen lassen. Die Sache ist also ziemlich instabil – wie eine Tischplatte auf Beinen, die in einer Reihe stehen.

Tatsächlich ist es so, dass Ausländeranteils und Bevölkerungsdichte sehr eng zusammenhängen. Der Schätzwert  $\hat{y} = 0.406x - 0.749$  trifft die korrekten Werte ziemlich genau. Setzen wir den Schätzwert anstelle des richtigen Wertes  $y$  in die obige Formel der Mehrfachregression

ein, erhält man folgenden Schätzwert für  $z$ :  $\hat{z} = 0.592x - 19.816 \cdot (0.406x - 0.749) + 59.046 = -7.453x + 73.888$ . Und das ist ziemlich genau die Schätzung, die man bei Einfachregression erhält. Wir können also den Einfluss von  $y$  eliminieren, ohne wesentlich an Genauigkeit zu verlieren. Bei der Mehrfachregression ist das Bestimmtheitsmaß kaum größer als bei der Einfachregression.

Übrigens hätte man auch  $x$  eliminieren und einzig den Einfluss von  $y$  betrachten können. Die Einflussgrößen sind also austauschbar! Es bleibt demnach ziemlich unbestimmt, welchen Einfluss die einzelnen Größen tatsächlich haben.

## Der Einflussgraph

Wir sind von einer unklaren Situation ausgegangen, dann haben wir ein paar Analysen gemacht und nun sieht die Sache noch verworrener aus als zuvor. Aber es gibt ein paar Hinweise, was wir tun können um doch etwas Licht ins Dunkel zu bringen. Die einzelnen Schritte:

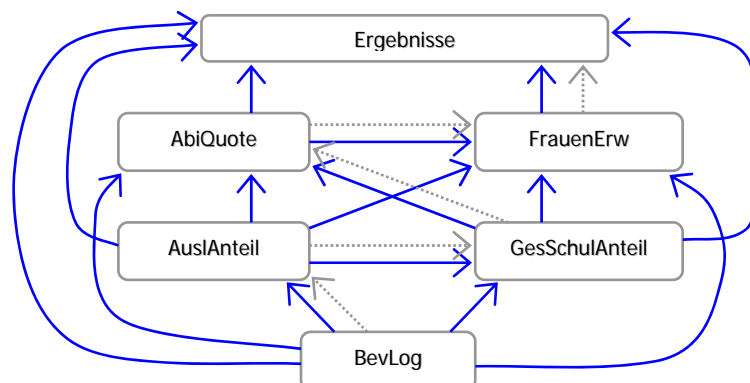
Wir beginnen mit der *Auflistung sämtlicher Merkmale* (Ziel- und Einflussgrößen):

1. Ergebnisse
2. Ausländeranteil
3. Gesamtschüleranteil
4. Abiturientenquote und
5. Frauenerwerbstätigkeit

Im zweiten Schritt bilden wir *Hypothesen über mögliche Ursache-Wirkungs-Paare* von Merkmalen auf der Basis von Plausibilitätsüberlegungen und kontra-faktischen Annahmen: Eine hohe Abiturientenquote spricht für ein höheres Niveau der Bildungsabschlüsse und das zieht möglicherweise eine höhere Frauenerwerbstätigkeit nach sich. Umgekehrt ist schlecht vorstellbar, dass die Frauenerwerbstätigkeit die Abiturientenquote ursächlich beeinflusst. Das legt die Hypothese „Abiturientenquote  $\rightarrow$  Frauenerwerbstätigkeit“ nahe. Und so gehen wir alle möglichen Paare durch und prüfen, ob sie in einer Ursache-Wirkungsbeziehung stehen könnten.

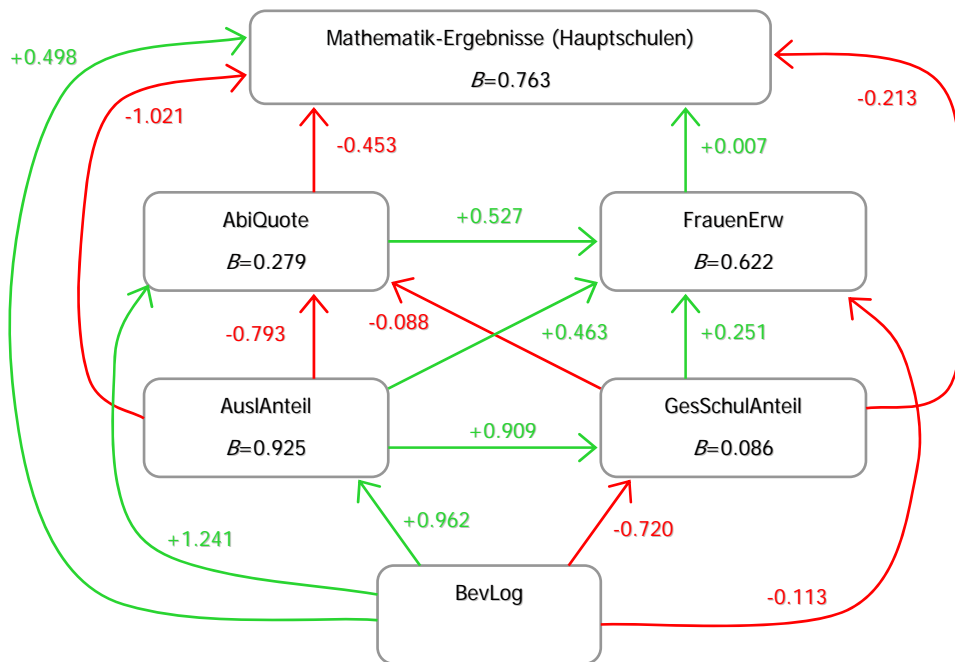
Im dritten Schritt wird geprüft, ob sich die Ursache-Wirkungsbeziehungen in eine lineare Ordnung einbetten lassen. Das heißt: Man versucht alle Merkmale von links nach rechts so anzuordnen, dass die Wirkungspfeile nur von links nach rechts zeigen. Eine solche *topologische Sortierung* garantiert die Schleifenfreiheit und regt zur Klärung von Widersprüchen an.

Auf diese Weise erhält man den (*nicht bewerteten*) *Einflussgraphen*. In den Graphen entsprechen den blau durchgezogenen Pfeilen die hypothetischen Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Die grauen punktierten Pfeile zeigen die lineare Ordnung der Merkmale.



Wir führen nun für jeden Knoten des Graphen die Mehrfachregression durch. Der Knoten selbst repräsentiert die Zielgröße und die zuführenden Pfeile kommen von den Einflussgrößen. Der Einflussgraph wird zu einem *bewerteten Einflussgraphen*, indem in die Knoten das

Bestimmtheitsmaß eingetragen wird und an jeden Pfeil der standardisierte Regressionskoeffizient.

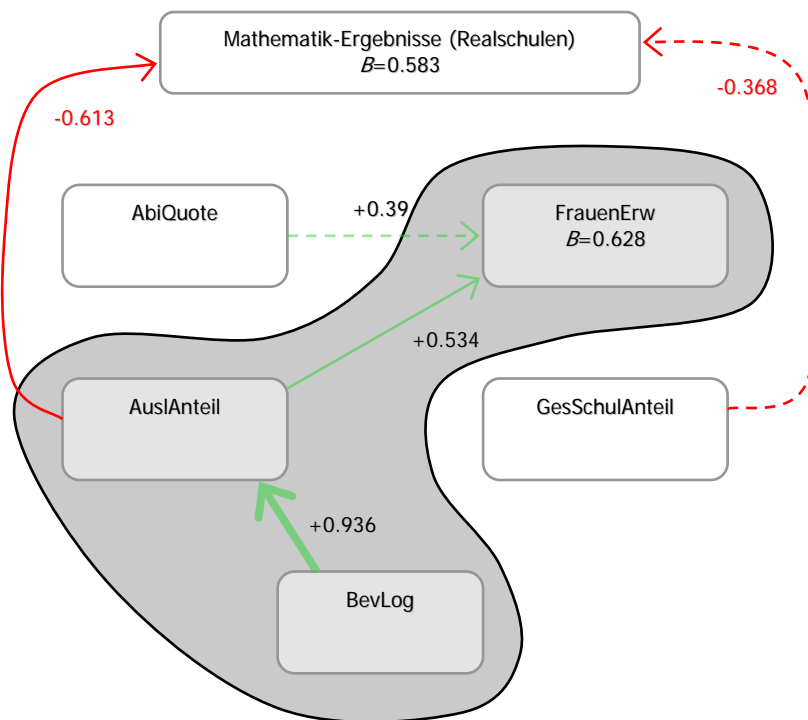
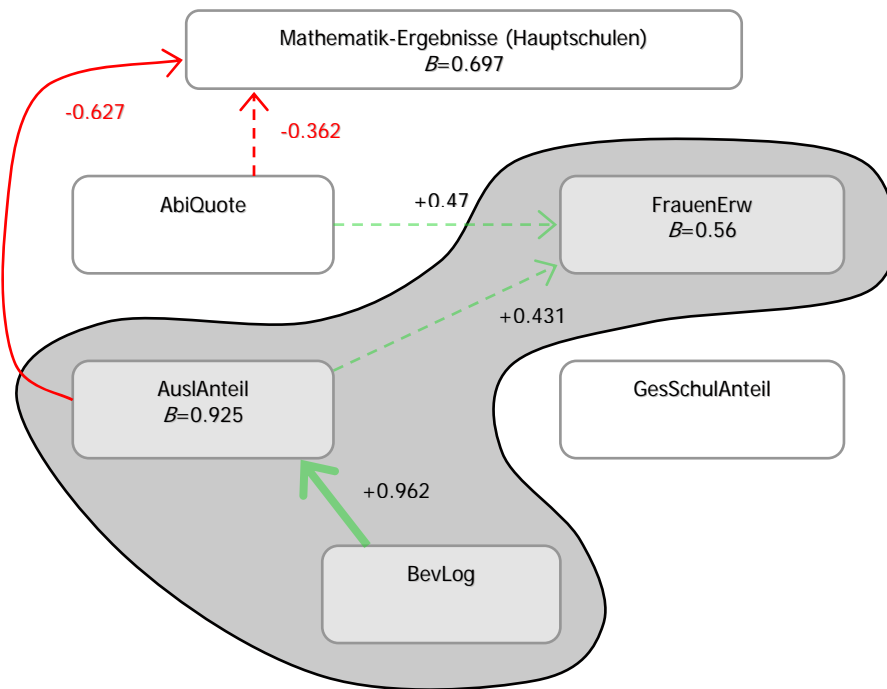


Im letzten Schritt ergreifen wir Maßnahmen gegen die Überschätzung der Bestimmtheit und gegen Phantomeffekte. Das geschieht durch geeignete *Ausdünnung des Einflussgraphen*. Die Ausdünnung wollen wir nach folgenden Regeln durchführen:

1. Ist das Bestimmtheitsmaß eines Knotens kleiner als 30%, wird davon ausgegangen, dass überhaupt keine Abhängigkeit besteht. Alle hinführenden Pfeile werden gelöscht.
2. Zur Vermeidung von Phantomeffekten werden je Merkmal maximal zwei Einflussfaktoren berücksichtigt. Dazu wird für jedes mögliche Paar von Einflussgrößen eine Zweifachregression durchgeführt. Schließlich wird das Paar mit dem größten Bestimmtheitsmaß gewählt.
3. Um die wesentlichen Einflüsse besser sichtbar zu machen, werden die Einflüsse klassifiziert und mit verschiedenartigen Pfeilen dargestellt (folgende Tabelle).

<i>Standardisierter Regressionskoeffizient</i>	<i>Einfluss</i>	<i>Linie</i>
< 0.5	gering	gestrichelt
0.5...0.8	mittel	dünn
darüber	stark	fett

Die folgenden beiden Graphen sind Ergebnisse dieses Ausdünnungsprozesses. Der erste Graph (Mathematik-Ergebnisse an Hauptschulen) zeigt erneut den negativen Einfluss des Ausländeranteils auf die Leistungen. Bei den Deutsch-Ergebnissen (Graph nicht dargestellt) sieht die Sache anders aus. Hier kommt der Haupteinfluss von der Frauenerwerbstätigkeit. Da die drei Einflussgrößen Bevölkerungsdichte, Ausländeranteil und Frauenerwerbstätigkeit selbst recht stark voneinander abhängen, liegt der Verdacht nahe, dass man es hier mit einem kaum differenzierbaren Konglomerat von Einflüssen zu tun hat. Um das auszudrücken, sind die drei Knoten farbig unterlegt.



### Was tun?

Wir haben starke Hinweise darauf, dass die Leistungen der Schüler bei uns wesentlich beeinflusst werden durch einen hohen Ausländeranteil in den Klassen, und durch die Frauenerwerbstätigkeit.

Haben sich die Trends und deren Auswirkungen noch halbwegs objektiv analysieren und darstellen lassen, so betreten wir bei den Fragen nach den richtigen Maßnahmen das Feld der politischen Meinungsbildung. Und so sollten die folgenden acht Abschnitte gelesen werden: Als Meinung eines interessierten und beruflich mit den Fragen befassten Bürgers.

## Ausländerintegration

Die Probleme an unseren Schulen können damit zusammenhängen, dass bei uns eine aktive Einwanderungspolitik nicht betrieben wird und dass es nur geringe Anstrengungen zur *Ausländerintegration* gibt. Das hat tief liegende Ursachen.

In Deutschland wird die Nation als ethnische Kulturgemeinschaft gesehen: „Deutscher im Sinne dieses Grundgesetzes ist ..., wer die deutsche Staatsangehörigkeit besitzt oder als Flüchtling oder Vertriebener deutscher Volkszugehörigkeit oder als dessen Ehegatte oder Abkömmling in dem Gebiete des Deutschen Reiches nach dem Stande vom 31. Dezember 1937 Aufnahme gefunden hat“ (Grundgesetz Artikel 116). Einbürgerung geschieht nach dem Abstammungsprinzip. Ausländerintegration ist nicht Bestandteil dieses Ansatzes. Die viel beklagte Ghetto-Bildung und sprachliche Abschottung mit entsprechenden negativen Konsequenzen für die Schulen sind Folgen dieser Einbürgerungspolitik.

Erst allmählich machen sich in Europa zeitgemäßere Vorstellungen breit. Beispielsweise sind 32 % der Briten der Auffassung, dass die Anerkennung als Brite nur von Merkmalen abhängen sollte, die man erwerben kann wie beispielsweise die Beherrschung der englischen Sprache und das Respektieren der Landesgesetze. Nur 10 % machen das Britischsein von ethnischen Faktoren abhängig (Time, 28.02.2005). Das Prinzip der multikulturellen Gesellschaft (Multiculturalism) weicht zunehmend einer Auffassung vom Zusammenhalt der Gemeinschaft (Community Cohesion). Diese Einstellung erleichtert die Ausländerintegration und fördert letztlich die Schulausbildung<sup>19</sup>.

## Frühförderung

Gerade die PISA-Studie zeigt, dass in Deutschland die Schüler zu spät und zu wenig gefordert und gefördert werden. Also müssen wir Anstrengungen in Richtung *Frühförderung* unternehmen. Die Maßnahmen müssen sich auch daran orientieren, inwiefern sie der Erwerbstätigkeit der Eltern Rechnung tragen. In einigen Bundesländern werden Maßnahmen der Frühförderung diskutiert und teilweise bereits auf den Weg gebracht:

- Kinderbetreuungsplätze
- Kinderschule (Baden-Württemberg, Rheinland-Pfalz)
- Verpflichtendes Kindergartenjahr
- Sprachkurse: Für die Schule fit machen

Weitere Maßnahmen zur Verbesserung der Leistungen stellen *Ganztagschulen*, *Vergleichstests* und *Bildungsstandards* dar.

## Breitenausbildung vor Exzellenz-Förderung

Wir Deutschen befassen uns am liebsten mit glanzvollen Themen. Kindergarten und Grundschule gehören nicht dazu. Wir reden lieber von Exzellenzzentren (Bundesforschungsministerin Edelgard Bulmahn) und über Elite. Bei der Exzellenz haben wir aber ein eher kleines Problem. Ich kenne kein Bildungssystem, das Genies wirksam verhindern kann. Das große Problem liegt in der Breitenausbildung. Was uns wirklich fehlen wird, sind gut ausgebildete Ingenieure in großer Zahl.

---

<sup>19</sup> Bassam Tibi zielt mit seinem Buch *Europa ohne Identität? Die Krise der multikulturellen Gesellschaft* (Bertelsmann, München 2000) in dieselbe Richtung, wenn er „Säkularität, Aufklärung und liberale Freiheit als Identität Europas“ (S. 99) ansieht und er diese „Europäische Leitkultur“ als für alle Bürger verbindlich erklärt: „In einer kulturell vielfältigen Gesellschaft leben Menschen aus unterschiedlichen Kulturen in einem durch eine *Leitkultur* verbundenen Gemeinwesen zusammen“, S. 49.

Wer diesen „Mittelbau“ vernachlässigt, übersieht zwei Dinge: Erstens erwächst erst aus einem breiten „Mittelbau“ Exzellenz und zweitens sorgt er dafür, dass die Volkswirtschaft konkurrenzfähig bleibt. Wenn man – wie in den USA – exzellente Forscher binden will, dann hat das nicht viel mit Bildungspolitik zu tun. Viele exzellente Forscher in den USA kommen aus anderen Ländern und sind dort auch ausgebildet worden.

### Soziale Interaktion statt E-Learning und Edutainment

Lernen beruht zuallererst auf persönlicher Zuwendung und *sozialer Interaktion*<sup>20</sup>. Vor über fünfzig Jahren hat sich meine Großmutter zu mir an den Küchentisch gesetzt und mir das kleine Einmaleins erklärt. Nein, nicht einfach erklärt, sie hat mich dafür begeistert! Ich habe damals erkannt, dass Rechnen schön und einfach ist, wenn man erst einmal die grundlegenden Strukturen verstanden hat. Und noch etwas: an meiner Großmutter habe ich gesehen, dass man auch mit Mathematik ein glücklicher Mensch sein kann. So habe ich meine Liebe zu diesem Fach entdeckt.

Zuwendung kostet Zeit und Geld, aber sie ist nicht ersetzbar. Am allerwenigsten durch den wilden Gebrauch von Spielkonsolen, Fernseher und Computer, selbst wenn auf dem Computer Edutainment läuft.

Für den zürcherischen Bildungsrat Oskar Bachmann ist die familiäre Geborgenheit eine Basis für späteren Lernerfolg und in seinem Aufsatz „Die sieben Fehlentwicklungen an unserer Volksschule“ verlangt er, Eltern besser zu schulen und in die Verantwortung zu nehmen. Zur Entlastung von Eltern oder Alleinerziehenden, die ihre Kinder in einer ganztägigen Obhut wissen wollen, fordert er eine *kompetente Betreuung außerhalb des Unterrichts*. Bachmann ist kein Freund von Ganztagschulen, die er für zu aufwendig für den angestrebten Zweck hält.

Der bei Fulda lebende Psychologe Manfred Sader sieht die hohe Betreuungsintensität an schwedischen Schulen als vorbildlich an. Neben der großen Lehrerzahl gibt es in Schweden weiteres Personal, Sozialarbeiter, Freizeitpädagogen und Schulschwestern. Die besonders ausgebildeten Freizeitpädagogen können offensichtlich weitgehend verhindern, dass Kinder in der Freizeit vor Bildschirmen hocken. Und für Sader liegt es auf der Hand, dass in einem solchen Schulsystem Kinder der Minderheiten gut aufgehoben sind und gleichberechtigt gefördert werden<sup>21</sup>.

Auf der anderen Seite machen Informatik-Gurus wie Klaus Haefner (Uni Bremen) und José Encarnação (TU Darmstadt) Vorschläge zur Substitution menschlicher Erziehungsanstrengungen durch den Computer. Und ihre Ideen werden gern aufgenommen, denn sie kommen mit dem Anspruch der Modernität daher. Ihre Vorschläge verdienen jedoch kritische Betrachtung.

Beispielsweise fordert Klaus Haefner: „Jedem Schüler ein Notebook“ (24.11.00, Fulda). Er meint, dass Lesen, Sprechen, Kreativ-Sein, Innovationsfähigkeit, Organisieren-Können, Solidarisch-Sein typisch menschliche Qualifikationen seien. Für den Rest, nämlich die „kognitive Sklavenarbeit“, habe man das „Denkzeug“: „Schreiben und Rechnen wird nicht mehr gebraucht. Sprechen und Lesen reicht.“

---

<sup>20</sup> Über das Lernen durch Imitation und das Verknüpfen von Eindrücken auf verschiedenen Sinnesorganen schreibt Arlette Streri in ihrem Aufsatz „Wie wir lernen, die Welt zu begreifen“ (Spektrum der Wissenschaft, 2/2004, S. 52-57)

<sup>21</sup> Manfred Sader: Toleranz und Fremdsein. 16 Stichworte zum Umgang mit Intoleranz und Fremdenfeindlichkeit. Beltz, Weinheim, Basel 2002, S. 251 f.

Dagegen wende ich ein: Schüler, die nicht mehr schriftlich mit Zahlen umgehen, verlieren den Begriff der Zahl. Diese Menschen werden später dem Computer hilflos ausgeliefert sein und ihn nicht oder falsch verstehen. Der Rechner kann nämlich aus prinzipiellen Gründen die Welt nie eins zu eins abbilden. Die Computerarithmetik weicht von unseren mathematischen Vorstellungen ab. Programmierfehler sind allgegenwärtig. Modellierungsfehler auch. Die Bedienoberflächen stecken voller Fallen.

### Bilder sind nicht die Welt

Der Mensch lernt die Welt durch Fühlen, Riechen, Schmecken, Sehen, Hören kennen. Die Motorik der Hände und des Lautbildungstrakts ist beim Menschen hoch entwickelt. Die Entstehung der Sprache wird von den Hirnforschern heute in engen Zusammenhang mit der zunehmenden manuellen Geschicklichkeit der Primaten gebracht<sup>22</sup>. Wir können die Welt förmlich begreifen und das Ertastete mit den anderen Sinneseindrücken synchronisieren. Dieses *Begreifen* der Welt ist ein hochkomplexer Vorgang.

Die virtuellen Realitäten des Computers sind Karikaturen der Welt. Wer diese Karikaturen verstehen will, der muss die Welt vorher schon *begriffen* haben!

In meinem Industriepraktikum vor Beginn des Studiums habe ich beim Feilen richtig *gespürt*, wie weich Baustahl ist und wie hart das Werkzeug sein muss! Selbst eine gut gemachte Videosequenz kann solche Erfahrungen nicht vermitteln.

Manfred Spitzer drückt die Konsequenzen daraus so aus<sup>23</sup>: „Die bereits stattgehabte Wechselwirkung mit der wirklichen Realität ist also Voraussetzung dafür, dass ich mit der virtuellen Realität des Computers auch nur im Ansatz umgehen kann. Aus all dem folgt meiner Ansicht nach sehr klar: Computer haben im Kinderzimmer, in Kindergärten und in der Vorschule absolut nichts zu suchen. Auch in der Schule ist deren Einsatz wesentlich kritischer zu beurteilen.“

### Weniger Spaß am Konsum – mehr Freude am Machen

Lehrer sehen sich heute in Konkurrenz zum reichlichen Freizeitangebot und in die Rolle des Entertainers gedrängt: Schule soll vor allem Spaß machen<sup>24</sup>. Gleichzeitig wachsen die Klagen der Ausbilder und Hochschullehrer über die zunehmende Konsumentenhaltung der Auszubildenden und Studienanfänger. Von den Meistern und Professoren kommen schon seit Jahren die Mahnungen, dass es so wirklich nicht geht. Das vermeintlich moderne Bildungskonzept übersieht, dass Selbermachen wirklich tiefe Befriedigung und Freude bringen kann. Wer einmal *Freude am Machen und Problemlösen* erfahren hat, wird sich nicht länger mit dem *Spaß am Konsum* prächtig aufbereiteter Lehrinhalte zufrieden geben. Der *Fuldaer Brückenkurs Mathematik*<sup>25</sup> versucht unter anderem die Faszination des Problemlösens zu vermitteln.

### Weltorientierung der Mathematik

„30 000 Heilungen sind dokumentiert. Dem so genannten Lourdes-Wasser aus einer Quelle nahe der Mariengrotte werden heilende Kräfte zugeschrieben“ (Fuldaer Zeitung vom 17. Ap-

---

<sup>22</sup> Gerhard Neuweiler: Der Ursprung unseres Verstandes. Spektrum der Wissenschaft 1/2005, S. 24-31

<sup>23</sup> Manfred Spitzer: Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 2002. S. 223 ff. („Computer im Kinderzimmer?“)

<sup>24</sup> Willkürlich herausgegriffen: Fuldaer Zeitung vom 19.9.1997 auf S. 11 („Schule soll auch Spaß machen“) und Der Spiegel 20/2000, S. 138 („Spaß muss sein“).

<sup>25</sup> Erreichbar im Internet über die Leitseiten der Fachhochschule Fulda, des Fachbereichs Elektrotechnik und des Fachbereichs Angewandte Informatik.



ril 2004). Ziel solcher Meldungen ist der mathematische Analphabet. Er soll im Wunderglauben bestärkt werden.

Wer andererseits keine Scheu vor Mathematik hat, stellt *Zusammenhänge* her, setzt Zahlen zueinander in Beziehung, und sieht: Seit 1858 haben weit mehr als 200 Millionen Pilger Lourdes besucht. Da machen die nachweislich Geheilten gerade mal 0.015 Prozent aus. Und daran ist nun wirklich nichts Wunderbares.

Jeder Quacksalber hat so seine Erfolge. Der Patient kommt, wenn es ihm gerade schlecht geht. Aufgrund einer Tendenz zum Mittelwert (Regression) ist es gar nicht so selten, dass es ihm anschließend besser geht. Das wäre auch ohne den Quacksalber so. Aber der sorgt dafür, dass es ihm *zugeschrieben* wird. Der mathematische Analphabet merkt den Schwindel nicht. Und er zahlt.

Diese Beispiele zeigen, wie der mathematische Analphabet hinters Licht geführt werden kann. Aber sie zeigen auch, was Mathematik leisten kann: sie bietet die Möglichkeit, die Welt besser zu durchschauen. Und das macht wirklich Spaß. Gegen solchen Spaß ist nun auch an der Schule nichts einzuwenden. Sie muss zeigen, dass Mathematik etwas mit der „wirklichen Realität“ zu tun hat.

### Freude durch Leistung

Es kommt vor, dass sich Studenten über zu lasche Prüfungen beklagen („Ich habe viel mehr gewusst als andere, aber die kriegen dieselbe Note wie ich“). Leistungswille lässt sich nur durch gerechte, differenzierte und angemessene Beurteilungen herauskitzeln. Also: Der Lehrer zeigt, wo die Messlatte hängt, bietet alle Hilfe an und bewertet schließlich möglichst differenziert und gerecht. Zu den wesentlichen Gütekriterien eines effizienten Unterrichts rechne ich

- Klare Strukturierung des Unterrichts
- Klar formulierte Leistungserwartungen und Kontrolle
- Methoden-Vielfalt
  - Frontalunterricht (Schülerkommentar: „Langweilig, aber man lernt wenigstens was“)
  - Unterrichtsgespräch
  - Handeln und probieren lassen (in Gruppen- und Einzelarbeit)
  - Individuelle Rückkopplung, nachfragen lassen

## Anhang: Die Datenbasis

Kreise und Städte	Schul- amtsbezirk	Mathe (H) <sup>1</sup>	Deutsch (H)	Englisch (H)	Mathe (R)	Deutsch (R)	Englisch (R)	AuslAnteil (H)	AuslAnteil (R)	GesSchul- Anteil	Abi- Quote	Frauen- Erw	Bev- Dichte <sup>2</sup>	Bev- Log <sup>3</sup>
Bergstraße/Odenwald	BEO	54.4	64.9	66.9	58.6	62.2	62.1	0.289	0.100	0.041	0.259	0.430	273	2.436
Darmstadt- Dieburg/Darmstadt	DA	50.9	64.1	60.8	57.8	60.2	59.0	0.296	0.175	0.093	0.328	0.446	550	2.741
Frankfurt	F	49.2	62.4	64.2	50.3	56.7	58.0	0.625	0.427	0.067	0.307	0.474	2594	3.414
Fulda	FD	65.1	67.6	68.2	69.8	65.5	64.3	0.121	0.043	0.017	0.201	0.424	159	2.201
Groß-Gerau/Main- Taunus	GGMT	54.2	67.2	67.8	54.0	60.5	61.0	0.414	0.179	0.146	0.195	0.443	703	2.847
Gießen/Vogelsberg	GIVB	55.9	64.8	63.8	53.6	58.8	58.7	0.135	0.069	0.173	0.263	0.455	161	2.208
Hersfeld- Rotenburg/Werra- Meißner	HRWM	59.7	66.0	61.5	60.7	61.8	60.8	0.011	0.005	0.060	0.186	0.434	113	2.053
Hochtaunus/Wetterau	HTWE	55.2	64.6	67.1	59.3	59.4	62.7	0.215	0.098	0.050	0.339	0.454	332	2.521
Kassel	KS	56.1	64.6	64.6	57.7	60.6	60.1	0.286	0.184	0.125	0.211	0.457	314	2.497
Lahn-Dill/Limburg- Weilburg	LDLW	55.9	65.1	64.3	61.8	59.3	60.9	0.243	0.086	0.111	0.168	0.420	243	2.385
Marburg-Biedenkopf	MB	56.2	64.0	64.2	62.6	61.6	64.0	0.188	0.099	0.047	0.227	0.451	201	2.302
Main-Kinzig	MKK	54.8	65.3	72.1	61.0	61.2	62.5	0.298	0.118	0.148	0.219	0.444	293	2.467
Offenbach	OF	52.3	65.2	64.3	55.8	61.6	63.2	0.487	0.206	0.076	0.243	0.456	1138	3.056
Rheingau- Taunus/Wiesbaden	RTWI	50.6	62.4	63.9	60.5	62.3	64.7	0.401	0.188	0.117	0.297	0.471	451	2.654
Schwalm-Eder/Waldeck- Frankenberg	SEWA	55.9	62.5	62.8	61.0	61.8	62.5	0.112	0.049	0.038	0.212	0.435	107	2.028

Die Daten wurden im Oktober 2004 beschafft. Quellen: Hessisches Kultusministerium (HMK) und Hessisches Statistisches Landesamt.

<sup>1</sup> (H) steht für Hauptschule und (R) für Realschule. Die Bewertungen sind Prozentzahlen und entsprechen dem Anteil gelöster Aufgaben.

<sup>2</sup> Einwohner/km<sup>2</sup>

<sup>3</sup> Für die Korrelations- und Regressionsrechnung werden die logarithmierten Werte der Bevölkerungsdichte genommen.