

Modellbildung: Textaufgaben

Timm Grams, Fulda, 19. April 2004, <http://www.fh-fulda.de/~grams>

Zweck der Lektion

Eingeübt wird die Modellierung anhand einer Reihe von Textaufgaben.

Hinweise zur Modellierung

Die folgenden Aufgaben sind nach Schwierigkeitsgrad geordnet¹. Die ersten drei Aufgaben sind recht leicht. Bei der vierten Aufgabe wird das Arbeiten mit Größengleichungen eingeübt (Größe = Zahlenwert mal Einheit). Bei den Aufgaben 5, 6 und 7 wird es schwieriger. Sowohl die Aufstellung des Modells als auch die mathematischen Umformungen erfordern Kreativität und Geduld.

Führen Sie insbesondere bei den schwierigeren Aufgaben eine *Kontrolle* und *Validierung*² durch. Sie sollten erst dann zur Musterlösung gehen, wenn Sie großes Vertrauen in Ihre eigene Lösung entwickelt haben.

Aufgaben

1 Drei Leute haben im Wirtshaus Kartoffelklöße bestellt. Sie kamen aber nicht rechtzeitig zu Tisch. Zuerst kam einer, aß ein Drittel und ging hinaus. Da kam der zweite, und da er nicht wusste, dass vor ihm schon einer da gewesen war, aß er ein Drittel von dem, was dastand, und ging hinaus. Da kam der letzte. Wieder aß dieser nur ein Drittel. Draußen trafen sich die drei. Sie gingen gemeinsam hinein und fanden noch 8 Kartoffelklöße in der Schüssel. Wie viel hat jeder gegessen?

2 Ein Löwe, ein Hund und ein Wolf fressen zusammen ein Schaf. Der Löwe allein würde mit dem Schaf in einer Stunde fertig werden, der Wolf würde vier Stunden daran fressen, der Hund sechs Stunden. Wann sind sie nun mit ihrer Mahlzeit fertig, wenn sie alle drei gemeinsam fressen?

3 Der englische Mathematiker Augustus De Morgan lebte im 19. Jahrhundert. Als er nach seinem Alter gefragt wurde, sagte er: Im Jahre x^2 war ich x Jahre alt. Wann ist De Morgan geboren?

4 In Deutschland wurden im Jahr 2002 581 Mrd. kWh (brutto) an elektrischer Energie zur Verfügung gestellt. Davon wurden 28,4 % von Kernkraftwerken erzeugt.

- Wie viel Kernkraftwerke wurden benötigt, um diese Energie zu erzeugen? (Gehen Sie von einer Leistung von 1.300 MW (Biblis A) aus. Eine Auslastung von 80 % soll angenommen werden.)
- Wie viel Tassen Kaffee können mit dieser Gesamtenergie pro Bürger pro Tag erwärmt werden? (Für eine Tasse Kaffee müssen 200 ml Wasser von 5° C auf 95° C erwärmt werden. Die Wärmemenge zur Erhöhung der Temperatur von 1 cm³ Wasser um 1° ist 1 cal

¹ Die ersten drei Aufgaben sind dem Buch „Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formeln“ von Walter Lietzmann entnommen (Verlag Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1950, 11. Auflage 1982). Die vierte Aufgabe ist mir von Carsten Rathgeber mitgeteilt worden. Die Aufgaben fünf bis sieben sind aus dem Spektrum der Wissenschaft (Preisrätsel). *Zufallsbekanntschaften*: Mai 2000, S. 116; *die Bastelarbeit*: März 2003, S. 112; *Jans Kalkulation*: März, 2004, S. 106.

² Die *Validierung* ist der Nachweis, dass ein Modell gültig ist und den Wirklichkeitsausschnitt einer Aufgabe oder eines Problems angemessen beschreibt.

und entspricht ungefähr 4,18 Joule. $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$.) Gehen Sie davon aus, dass in Deutschland in etwa 80.000.000 Menschen leben

Einheiten:

k = Kilo = 10^3

M = Mega = 10^6

Mrd. = Milliarden = 10^9 (auch 1 Mrd. = 1 Giga = 1 G)

h = Stunde (Zeiteinheit)

min = Minute (Zeiteinheit)

W = Watt (Leistungseinheit)

kWh = kiloWattStunde (Energieeinheit: Energie = Leistung mal Zeiteinheit)

cal = Kalorie (Energieeinheit)

J = Joule (Energieeinheit)

Ws = Wattsekunde (Energieeinheit)

5 Zufallsbekanntschaften: Bernd hat zwei Freundinnen, Anna, die am Amorbathal wohnt, und Doris aus Darlingen. Von Amorbathal verkehrt die S-Bahn über die Stationen Buhlheide und dann Casanovaweg nach Darlingen.

Züge verkehren in beiden Richtungen im Abstand von jeweils zehn Minuten. Die Fahrt von Buhlheide bis Casanovaweg dauert weniger als zehn Minuten.

Jeden Tag will Bernd eine der beiden Damen besuchen, ohne jedoch einer den Vorzug zu geben. Also entschließt er sich, jeden Abend zu einer zufällig bestimmten Uhrzeit zwischen 18 und 20 Uhr loszugehen. Aus Gewohnheit geht Bernd stets zur Station Buhlheide, obwohl der Fußweg nach Casanovaweg genauso lang ist, und steigt in den nächst besten Zug. Nach einem Monat ist Doris allerdings enttäuscht, weil Bernd Anna viermal so häufig besucht hat wie sie.

Christa, die ein vergleichbares Problem mit zwei Herren hat, gibt Bernd den Rat, täglich zwischen den Einsteighaltestellen Buhlheide und Casanovaweg zu wechseln. Seit Bernd diesem Rat befolgt, schafft er es, die Damen nach dem Zufallsprinzip gleich häufig zu treffen.

Wie lange dauert die Fahrt von Buhlheide nach Casanovaweg?

6 Jans Kalkulation: Jan kennt seine Kühe. Er weiß, dass 25 seiner Kühe in vier Tagen eine Weide von 20 Ar kahl fressen, während für 27 Tiere eine Weide von 24 Ar fünf Tage reicht. Wenn er die Herde auf eine Weide treibt, hat das Gras stets die gleiche Höhe. Außerdem wächst das Gras auf seinen Weiden stetig und mit konstanter Geschwindigkeit nach. Wie groß muss eine Weide sein, auf der 100 Kühe 16 Tage grasen können?

Einheiten:

a (Flächeneinheit, Ar, lat. area für Fläche): $1 \text{ a} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$

ha (Flächeneinheit, Hektar): $1 \text{ ha} = 100 \text{ Ar}$

d (Zeiteinheit, Tag, lat. dies): $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$

7 Die Bastelarbeit: Paula will ihrer Oma eine bunte Geburtstagskarte basteln. Sie hat quadratisches Papier mit der Kantenlänge a , das vorn rot und hinten blau ist. Sie will davon einen Streifen der Breite c abschneiden und ihn mit der blauen Seite nach oben auf das restliche rote Rechteck aufkleben. Er soll dabei alle vier Seiten des Rechtecks berühren (s. Skizze).

