

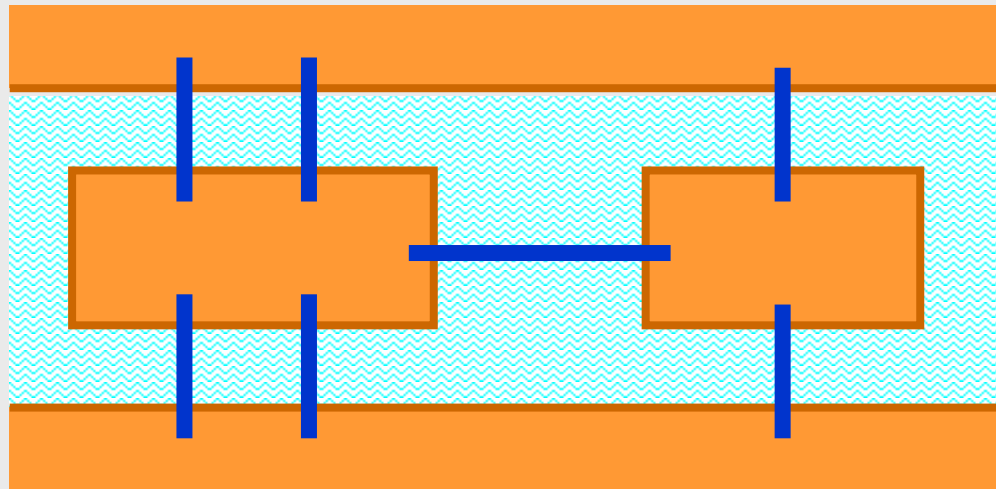
Königsberger Brücken Lösung

Diese Seiten gehören zur Lektion „Lösungsfindeverfahren (Heuristiken)“. Es wird gezeigt, wie Heuristiken bei der Lösung eines Problems helfen können.

Die Lösung erfolgt Schritt für Schritt nach folgendem Muster: Zunächst wird eine passende Heuristik ausgewählt und zu einem Plan verdichtet. Führen Sie den Plan selber aus, bevor Sie weiterschalten. Auf den nächsten Seiten finden Sie dann eine Ausführung des Plans, die Sie mit Ihrer Lösung vergleichen können.

Für diese Lektion wählen Sie in Acrobat Reader am besten die *Ganzseitenansicht* und schalten die Seiten mit den Bildwechseltasten weiter. So erhalten Sie den Effekt einer Diaschau.

Das Königsberger Brückenproblem (Leonhard Euler, 1736)



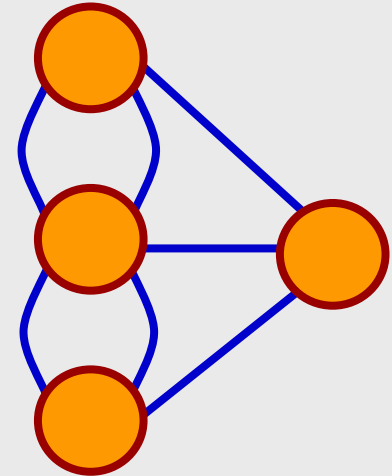
Zur Zeit Eulers bildeten die Königsberger Brücken über den Fluss Pregel die im Bild schematisch gezeigte Situation. Eulers Frage war: Gibt es einen Rundgang, bei dem man über jede der Brücken genau einmal geht?

Heuristik: Generalisierung

Bringt mich der Übergang von einem Objekt zu einer ganzen Klasse von Objekten weiter?

Die genaue Ausformung der Wege und Brücken ist offensichtlich nebensächlich. Die Aufgabe ändert sich nicht, wenn man sich die zusammenhängenden Stadtteile zu Punkten (Knoten) geschrumpft vorstellt und die Brücken als verbindende Linien (Kanten). Die Situation lässt sich abstrakt als Graph aus Knoten und Kanten darstellen.

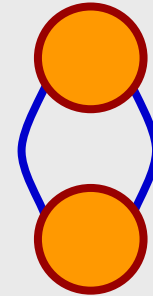
Das Problem lässt sich nun auf beliebige Graphen verallgemeinern: Was sind die Bedingungen dafür, dass es einen Rundweg gibt, bei dem jede Kante genau einmal durchlaufen wird?



Heuristik: Spezialisierung

Komme ich weiter, wenn ich zunächst einmal einen leicht zugänglichen Spezialfall löse?

Schauen wir uns den einfachen Graphen mit nur zwei Knoten an: Zu jedem Hinweg von einem Knoten zum anderen muss es einen Rückweg geben. Die Zahl der Kanten muss gerade sein. Im einfachsten Fall sind es zwei.



Ausführung

Und diese Aussage lässt sich auf beliebige Graphen verallgemeinern: Für einen vollständigen Rundweg muss jeder Knoten mit einer geraden Anzahl von Kanten verbunden sein.

Und damit ist klar, dass es in Königsberg keinen solchen Rundweg geben kann: Die Zahl der Kanten ist für jeden der Knoten ungerade.