

Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

TRANSFORMATOR (Versuch 12)



Fachhochschule Fulda
Fachbereich Elektrotechnik

durchgeführt von _____ Matrikel-
Nr. _____
(Protokollführer)

zusammen mit _____ Matrikel-
Nr. _____

Datum _____ Gruppe _____

| Lfd. Nr. | Bezeichnung | Ident Nr. | Bemerkung |
|----------|-------------|-----------|-----------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |

| | | | |
|----|--|--|--|
| 15 | | | |
|----|--|--|--|

1. Grundlagen

In diesem Versuch sollen die grundsätzliche Funktionsweise von Transformatoren und ihr Verhalten bei verschiedenen Lastbedingungen demonstriert und unter Anwendung von Zeigerbildern untersucht werden.

Voraussetzung für das Verständnis des Versuchs sind Grundlagenkenntnisse lt. Vorlesungsskript oder etwa im Umfang von 'H. Frohne: Einführung in die Elektrotechnik Bd. 2 (Elektrische und magnetische Felder), Kapitel 5.8.1 bis 5.8.3 und 5.9'.

Transformatoren treten in der Technik in verschiedenen Formen auf. In der Starkstromtechnik werden sie z.B. in Energieversorgungsnetzen zur Anpassung der Übertragungs- an die jeweilige Erzeuger- oder Verbraucherspannung eingesetzt, ferner als Strom- oder Spannungswandler, bei denen es auf ein definiertes, belastungsunabhängiges Übersetzungsverhältnis für Strom bzw. Spannung ankommt. In der Nachrichtentechnik werden sie häufig als Übertrager für größere Frequenzbereiche zur Anpassung der Generatorinnen- an die Verbraucherwiderstände verwendet; in der Hochfrequenztechnik findet man sie z.B. in selektiven Filtern. Abhängig vom Verwendungszweck können sich die konstruktiven Ausführungen erheblich von einander unterscheiden; die physikalische Wirkungsweise ist jedoch stets gleich.

1.1 Prinzip

Eine Primärspule der Windungszahl w_1 mit ohmschem Widerstand R_1 und Selbstinduktivität L_1 werde gemäß Bild 1 von einem sich zeitlich änderndem Strom i_1 durchflossen, die Spule 2 sei zunächst stromlos, $i_2 = 0$, elektrische Ladungen auf der Drahtoberfläche werden vernachlässigt.

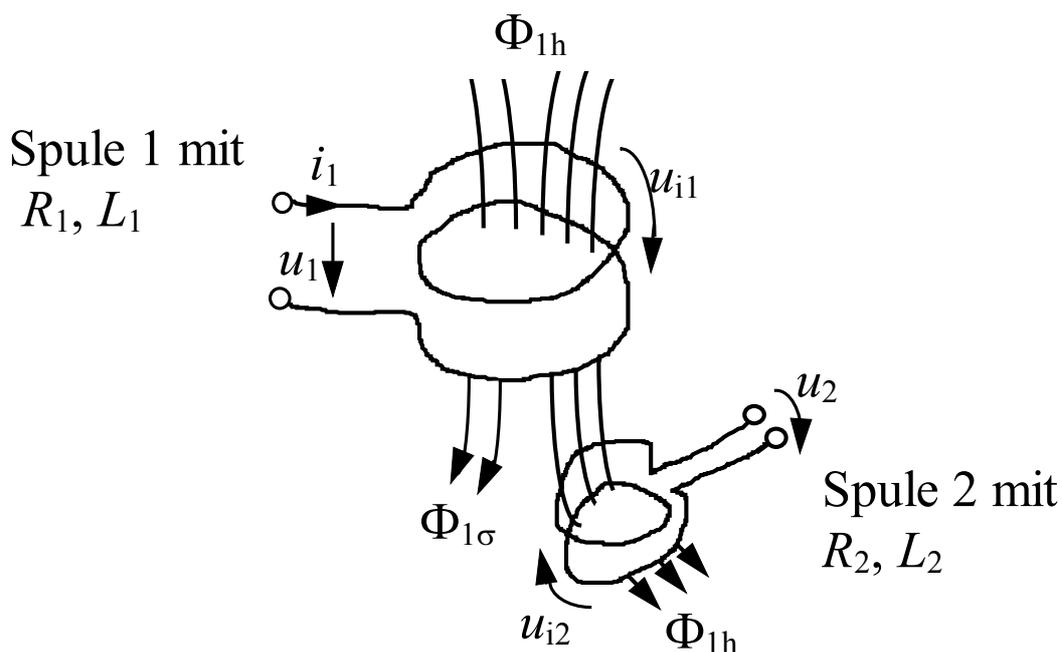


Bild 1: Magnetische Kopplung zweier Spulen

Der von i_1 erregte magnetische Gesamtfluß $\Phi_1(i_1)$ ist mit dem Teil $\Phi_2(i_1) = \Phi_{1h}$, dem Haupt- bzw. Nutzfluß, mit einer Sekundärspule der Windungszahl w_2 verkettet, die den ohmschen Widerstand R_2 und die Selbstinduktivität L_2 hat. Der Streufluß $\Phi_{1\sigma} = \Phi_1 - \Phi_{1h}$ ist ausschließlich mit Spule 1 verkettet und trägt daher zur magnetischen Kopplung beider Stromkreise nicht bei. Diesen Flußanteilen können zwanglos Induktivitäten $L_1, L_{1h}, L_{1\sigma}$ mit $L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma}$ zugeordnet werden. Wenn sich die Spulen in einem Raum konstanter, feldunabhängiger, Permeabilität befinden und die Windungen von Primär- und Sekundärseite jeweils den gleichen Fluß umfassen, d.h. $\Psi_1 = w_1 \cdot \Phi_1$ und $\Psi_2 = w_2 \cdot \Phi_{1h}$, wird durch den Fluß Φ_{1h} in Spule 2 eine EMK

$$u_{i2} = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -w_2 \frac{d\Phi_{1h}}{dt} = -|M| \frac{di_1}{dt} \quad (\text{Zählpfeile siehe Bild 1}) \quad (1)$$

induziert. Wird der Sekundärkreis geschlossen, verursacht sie dort einen Strom i_2 .

In der Primärspule wird bei offenem Sekundärkreis durch Φ_1 eine EMK

$$u_{i1} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -w_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = -L \frac{di_1}{dt} \quad (\text{Zählpfeile siehe Bild 1}) \quad (2)$$

induziert, die über den Maschensatz

$$u_{i1} = -u_1 + R_1 i_1 \Rightarrow u_1 = w_1 \frac{d\Phi_1}{dt} + R_1 i_1 \quad (\text{Zählpfeile siehe Bild 1}) \quad (3)$$

in eindeutigem Zusammenhang mit der Klemmenspannung steht.

Belastung der Sekundärseite

Wenn die Sekundärseite belastet wird ($i_2 \neq 0$), wird Spule 1 nicht nur vom Fluß $\Phi_1(i_1)$ durchsetzt, sondern auch vom dem Anteil $\Phi_{2h}(i_2)$ des Flusses $\Phi_2(i_2)$ der mit der Primärseite verkettet ist; beide Flußanteile sind im Induktionsgesetz zu berücksichtigen.

Man erhält somit anstelle von (3)

$$u_1 = w_1 \frac{d\Phi_{1\text{res}}}{dt} + R_1 i_1 \quad \text{mit} \quad \Phi_{1\text{res}}(i_1, i_2) = \Phi_1(i_1) + \Phi_{2h}(i_2) . \quad (4)$$

Wenn $R_1 i_1 \ll w_1 \frac{d\Phi_{1res}}{dt}$ ist, kann in (4) der Term $R_1 i_1$ vernachlässigt werden. Der Fluß Φ_{1res} ist dann durch die vorgegebene primäre Klemmenspannung u_1 unabhängig vom Belastungszustand festgelegt.

Der Fluß im unbelasteten Zustand

$$\Phi_{1res}(i_{10}, i_2 = 0) = \Phi_1(i_{10}) \quad \text{muß deshalb mit dem Fluß im belasteten Zustand}$$

$$\Phi_{1res}(i_1, i_2) = \Phi_1(i_1) + \Phi_2(i_2) \quad \text{übereinstimmen.}$$

Der vom Differenzstrom $i_1 - i_{10}$ hervorgerufene Fluß muß also genau den Fluß kompensieren, der vom Strom i_2 erregt wird. Der primäre Leerlaufstrom i_{10} wird auch als Magnetisierungsstrom bezeichnet; er ist um so kleiner, je geringer der magnetische Widerstand des Kreises ist.

Es sei angemerkt, daß die Annahme eines mit allen Windungen beider Spulen verketteten Hauptflusses und eines mit allen Windungen nur der jeweils erregenden Spule verketteten Streuflusses vor allem bei größeren Spulenquerschnitten nur näherungsweise Gültigkeit hat. Trotzdem wird das Klemmenverhalten des Transformators richtig beschrieben, wenn Selbst- und Gegeninduktivitätskoeffizienten in geeigneter Weise bestimmt werden [1].

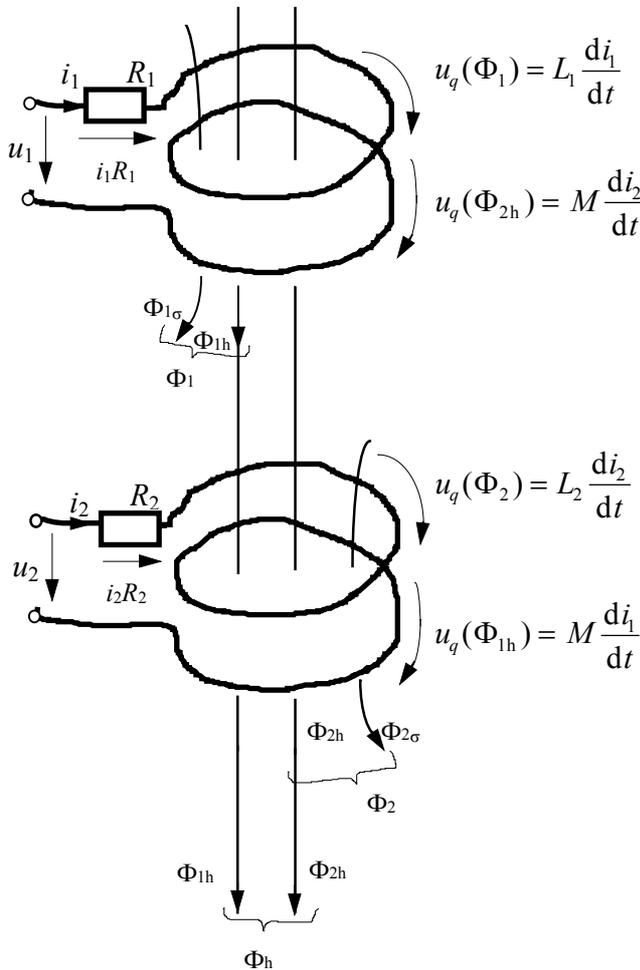
Außer den im Prinzipschaltbild 1 durch R_1 und R_2 berücksichtigten Kupferverlusten treten beim Eisentransformator weitere Verluste auf: Durch den sich zeitlich ändernden Fluß wird auch im Eisen eine Spannung induziert, die einen 'Wirbel'-strom und somit unerwünschte Eisenverluste zur Folge hat. Um den Wirbelstrom klein zu halten, werden die Eisenkerne aus Ferriten, aus Blech oder aus amorphen Bändern gefertigt. Außerdem wird beim Ummagnetisieren des Kernes Energie in Wärme umgesetzt. Diese Wärmeenergie ist proportional zu der von der Hysteresekurve eingeschlossenen Fläche, die ihrerseits eine Funktion der maximal auftretenden Induktion ist.

1.2 Vorzeichenregeln

Ist der Wicklungssinn der Spulen bekannt, geht man zweckmäßigerweise wie folgt vor:

- a) Wahl der Stromzählpfeile, so daß die gemeinsame magnetische Achse von beiden Zählpfeilen gleichsinnig umlaufen wird, siehe Bild 2. Die Gegeninduktivität M wird damit zur positiven Größe.
- b) Wahl des Zählpfeilsystems und damit der Klemmenspannungen. Vielfach wird für *beide* Wicklungen das VZS gewählt.

c) Die Ströme i_1 und i_2 erregen die magnetischen Flüsse $\Phi_1 = \Phi_{1h} + \Phi_{1\sigma}$ bzw. $\Phi_2 = \Phi_{2h} + \Phi_{2\sigma}$. Die Flußzählpfeile werden den erregenden Strömen rechtswendig zugeordnet, so daß $\Phi_{1,2} = + \frac{L_{1,2} \cdot i_{1,2}}{w_{1,2}}$ und $\Phi_{1h} = + \frac{M \cdot i_1}{w_2}$, $\Phi_{2h} = + \frac{M \cdot i_2}{w_1}$.



d) Der Zählpfeil der induzierten Spannung

$u_i = -w \frac{d\Phi}{dt}$ ist dem Flußzählpfeil rechtswendig zugeordnet.

Alternativ kann auch die zugehörige Quellenspannung

$$u_q = +w \frac{d\Phi}{dt} = +L \frac{di}{dt} \text{ bzw.}$$

$$u_q = +w \frac{d\Phi}{dt} = +M \frac{di}{dt}$$

verwendet werden, die dem Fluß ebenfalls rechtswendig zuzuordnen ist; in Bild 2 wurde so verfahren.

e) Anwendung des Maschensatzes in der

Form $\sum_k u_k = 0$ auf beide Spulen

liefert die Transformatorgleichungen:

Bild 2: Induktiv gekoppelte Spulen

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (6)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (7)$$

Zur Anordnung nach Bild 2 gehört ein Ersatzschaltbild nach Bild 3. Der Punkt bei den Spulen zeigt an, daß die Spannungen u_{L1} und u_{L2} , deren Zählpfeile jeweils beim Punkt beginnen, *phasengleich* sind. Dies muß deshalb so sein, weil die Spannungen $u_1 - R_1 i_1$ und $u_2 - R_2 i_2$ aus Bild 2, die den Spannungen u_{L1} und u_{L2} aus Bild 3 entsprechen, wegen der gleichsinnigen Zählpfeilzuordnung zur magnetischen Achse diese Eigenschaft haben.

Auch wenn der Wickelsinn nicht bekannt ist, kann prinzipiell die Phasengleichheit der Spannungen an magnetisch gekoppelten (idealen) Spulen festgestellt werden und somit eine Kennzeichnung mit Punkten vorgenommen werden.

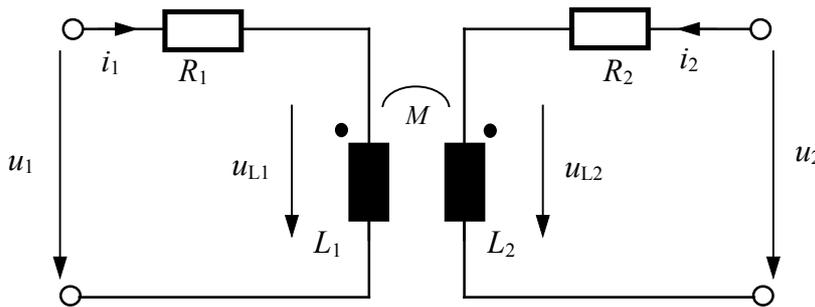


Bild 3: Ersatzschaltbild für induktiv gekoppelte Spulen

Die Maschengleichungen können in diesem Fall, nachdem Bezugsrichtungen für Ströme und Spannungen (willkürlich) festgelegt wurden, nach folgender Regel aufgestellt werden:

Treten beide Ströme zweier magnetisch gekoppelter Spulen bei den mit einem Punkt gekennzeichneten Spulenden entweder ein oder aus, so haben in den Maschengleichungen für die zwei Kreise die Terme mit M das gleiche Vorzeichen wie die mit L . Tritt der eine Strom ein, der andere aus, so muß in beiden Gleichungen das Vorzeichen des M -Terms entgegengesetzt zu dem des L -Terms sein. M ist dabei stets als positive Größe anzusetzen.

1.3 Idealer und realer Transformator

Besonders einfache Verknüpfungen zwischen den Primärgrößen u_1, i_1 und den Sekundärgrößen u_2, i_2 erhält man für einen idealen Transformator. Der ideale Transformator ist durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

- a) Die Transformatorwicklungen haben keine ohmschen Verluste ($R_1 = R_2 = 0 \Omega$) und im Transformator Kern treten keine Eisenverluste auf.
- b) Die Kopplung zwischen den Spulen ist ideal, d.h. es tritt keine Streuung auf,

$$\Phi_{1\sigma} = \Phi_{2\sigma} = 0 \Rightarrow \Phi_h = \Phi_1 + \Phi_2 \Rightarrow u_1 = w_1 \frac{d\Phi_h}{dt} \wedge u_2 = w_2 \frac{d\Phi_h}{dt} \quad (9)$$

Hieraus erhält man unmittelbar die wichtige Beziehung

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (10)$$

Primär- und Sekundärspannung verhalten sich wie die Windungszahlen.

- c) Die Permeabilität des Kerns ist unendlich groß, so daß infolge der verschwindenden magnetischen Feldstärke die Feldenergie ebenfalls verschwindet. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt dann mit a), daß $p_1 = u_1 i_1 = -p_2 = -u_2 i_2$ sein muß. Hieraus folgt mit (10)

$$-\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1} \quad (11)$$

die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Windungszahlen. Durch Anwendung des Durchflutungssatzes erhält man wegen $\mu_r \rightarrow \infty$ die gleiche Aussage $w_1 i_1 + w_2 i_2 = 0$. Sie bedeutet, daß zum Aufbau des Magnetfeldes kein Magnetisierungsstrom erforderlich ist.

Dies entspricht der oben getroffenen Feststellung, daß der Magnetisierungsstrom dem magnetischen Widerstand proportional ist.

Der Übergang zum realen Transformator wird vollzogen, wenn der Drahtwiderstand, die Streuung und die Eisenverluste berücksichtigt werden. Den folgenden Ausführungen liegt ein realer Transformator zugrunde.

1.4 Ersatzschaltbilder mit galvanischer Kopplung

Die zu gekoppelten Kreisen nach Bild 3 gehörigen Transformatorgleichungen lauten

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + |M| \frac{di_2}{dt} \quad (13)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + |M| \frac{di_1}{dt} \quad (14)$$

Für den technisch wichtigen Sonderfall zeitlich sinusförmiger Größen lassen sich diese Gleichung in komplexer Form schreiben:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega |M| \underline{I}_2 \quad (15)$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega |M| \underline{I}_1 \quad (16)$$

Bei der formalen Behandlung des Transformators ist das ESB nach Bild 3 unbequem, weil die Auswirkungen der transformatorischen Kopplung i.a. nur schwer zu übersehen sind. Eines aus einer Auswahl denkbarer galvanisch gekoppelter ESB zeigt Bild 4.

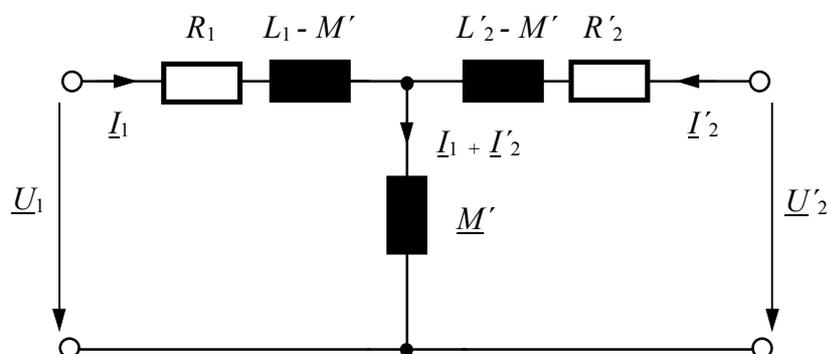


Bild 4: Ersatzschaltung mit galvanischer Kopplung

Für die galvanisch gekoppelten Kreise dieser Schaltung gelten ebenfalls die Transformatorgleichungen (15), (16), d.h. diese Schaltung verhält sich wechselstrommäßig

genauso wie der Transformator mit den induktiv gekoppelten Spulen und kann daher mit den üblichen Verfahren der Netzwerkanalyse formal richtig behandelt werden.

Die gestrichenen Größen \underline{U}'_2 \underline{I}'_2 im ESB sind aus den meßtechnisch unmittelbar zugänglichen Größen mit Hilfe der Beziehungen

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2 \quad \underline{I}'_2 = \underline{I}_2 / \ddot{u} . \quad (17)$$

zu ermitteln, \ddot{u} ist ein prinzipiell frei wählbarer Reduktionsfaktor.

Für die anderen gestrichenen Größen gelten die Definitionen

$$M' = \ddot{u} \cdot M ; \quad R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2 ; \quad L'_2 = \ddot{u}^2 \cdot L_2 . \quad (18)$$

Wird

$$\ddot{u} = w_1 / w_2 \quad (19)$$

gewählt, erhält man auf Primär- und Sekundärseite in etwa gleich lange Strom- und Spannungszeiger, wenn der gegebene Transformator sich nicht zu stark von einem idealen Transformator unterscheidet. Dieser Reduktionsfaktor wird im folgenden zugrundegelegt. Für die ESB-Elemente erhält man dann

$$M' = L_{1h} ; \quad L_1 - M' = L_1 - L_{1h} = L_{1\sigma} ; \quad L'_2 - M' = \ddot{u}^2 (L_2 - L_{2h}) = \ddot{u}^2 L_{2\sigma} =: L'_{2\sigma} . \quad (20)$$

Die Längsinduktivitäten kennzeichnen also den Streufluß, die Querinduktivität ist dem Hauptfluß zugeordnet.

Beim Transformator mit Eisen können die Eisenverluste näherungsweise durch einen ohmschen Widerstand R_{Fe} parallel zur Hauptinduktivität erfaßt werden. Für unter ökonomischen Gesichtspunkten ausgeführte Eisentrafos mit einigen 100 kVA Leistung liefert die Beziehung

$$R_1 : R'_2 : \omega L_{1\sigma} : \omega L'_{2\sigma} : \omega L_h : R_{Fe} \approx 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$$

einen Anhalt für die Impedanzverhältnisse [1].

2. Versuchsdurchführung

Die im folgenden angegebenen Messungen bzw. Auswertungen können für zwei verschiedene Windungszahlverhältnisse ausgeführt werden.

- a) $w_1 = 500$ Wdg. $w_2 = 250$ Wdg.
b) $w_1 = 250$ Wdg. $w_2 = 500$ Wdg.

2.1 Leerlaufmessung

Messen Sie primärseitig Strom (I_{10}), Spannung (U_{10}) und Wirkleistung (P_{10}) und sekundärseitig die Spannung (U_{20}).

Tragen Sie die Leerlaufspannungsübersetzung U_{20} / U_{10} als Funktion der Primärspannung auf und erklären Sie Abweichungen vom Windungszahlverhältnis.

Stellen Sie P_{10} als Funktion von U_{10} graphisch dar. Vergleichen Sie in einer Tabelle die Leistung P_{10} mit der in den ohmschen Widerständen umgesetzten Leistung P_{Cu0} und erklären Sie Abweichungen.

Die Funktionen $R_{FE}=f(U_{10})$ und $\omega L_h=f(U_{10})$ sind aus

$$\omega L_h = \frac{U_{10}}{I_{10} \sin \varphi_{10}}; \quad R_{Fe} = \frac{U_{10}}{I_{10} \cos \varphi_{10}}$$

zu ermitteln und graphisch darzustellen.

Anschließend ist das Zeigerbild für den Leerlauf zu zeichnen.

2.2 Kurzschlußmessung

Messen Sie primärseitig Strom (I_{1K}), Spannung (U_{1K}) und Wirkleistung (P_{1K}) und sekundärseitig Spannung ($U_{2K} \approx 0V$) und Strom (I_{2K}).

Tragen Sie P_{1K} als Funktion von I_{1K} auf. Vergleichen Sie in einer tabellarischen Darstellung die Leistung P_{1K} mit der in allen ohmschen Widerständen umgesetzten Leistung P_{Cu} . Erklären Sie eventuell auftretende Abweichungen.

Ermitteln Sie aus den Meßergebnissen beim maximalen Primärstrom die Größen ($R_1 + R'_2$) und ($\omega L_{1\sigma} + \omega L'_{2\sigma}$). Bestimmen Sie ferner R_1 und R'_2 durch eine Gleichstrommessung und vergleichen Sie die Werte. (Der Innenwiderstand des Strommessers ist ggf. in R'_2 mit zu berücksichtigen).

Das Zeigerbild für den Kurzschlußfall ist zu zeichnen.

Literaturhinweise:

- [1] Bödefeld, Th.; Sequenz, H.: Elektrische Maschinen. Springer Verlag, Wien, 1971.
- [2] Janocha, H.: Vorzeichen bei Netzwerken mit Selbstinduktions- und Gegeninduktionsspannungen. Zeitschrift für Physik und Didaktik 1, 1977, S. 9-18.