

Drehbewegungen

Lerninhalte

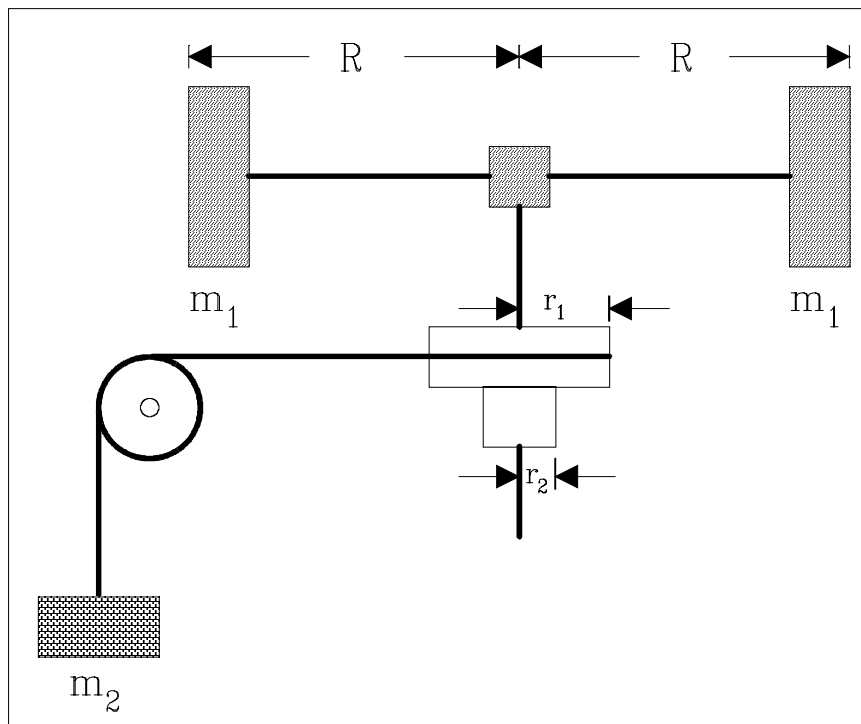
man informiere sich über:

- Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung
- Drehmoment, Drehimpuls, Drehimpulserhaltung
- Trägheitsmoment, Steiner'scher Satz
- gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung
- Drehpendel, Winkelrichtgröße, Rotationsenergie

Literatur:

- Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik, Springer, 13. Aufl., S. 58-64
- Jay Orear: Physik, Hanser Verlag, Kap. 10
- Keller, Gettys, Skove: Physics, McGraw-Hill, Chapter 12

2.1 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung



Bestimmen Sie die in der obigen Skizze verzeichneten Versuchsparameter r_1 , r_2 , R , m_1 , und m_2 . Notieren Sie diese Werte in Ihrem Protokoll.

2.1.1 Winkelbeschleunigung

Montieren Sie an den Hantelarm zunächst die Massen $m_1 = 100\text{g}$. Ermitteln Sie die Zeiten t für n Umläufe ($n = 0,5,1,2,3,4,5,6$) in mehreren Versuchsdurchgängen.

Führen Sie den Versuch für jedes n mindestens dreimal durch und berechnen Sie anschließend die Zeitmittelwerte. Zur Erzeugung der Drehmomentes M verwenden Sie bitte die Walze mit dem kleineren Durchmesser r_2 und das Gewicht $m_2 = 50\text{g}$.

Auswertung:

1. Beschreiben Sie die Versuchsdurchführung.
2. Stellen Sie für beide Versuchsreihen den Drehwinkel φ in Abhängigkeit von t^2 graphisch dar.
3. Bestimmen Sie aus der Steigung der Ausgleichsgeraden die Trägheitsmomente I der beiden Drehachsen. (Fehlerrechnung)

2.1.2 Rotationsenergie

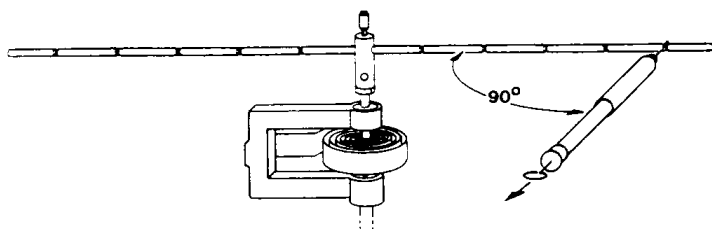
Bestimmen Sie die Umlaufzeit für die ersten 5 Umläufe. Zur Erzeugung des Drehmoments verwenden Sie diesmal die Walze mit dem großen Durchmesser r_1 sowie die Massen $m_1 = 200\text{g}$ und $m_2 = 100\text{g}$. Führen Sie mindestens 5 Versuchsläufe durch.

Auswertung:

1. Beschreiben Sie die Versuchsdurchführung.
2. Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit am Ende des 5. Umlaufs. (Momentangeschwindigkeit!)
3. Welche Rotationsenergie ergibt sich daraus?
4. Vergleichen Sie diesen Wert mit der freiwerdenden potentiellen Energie? Warum sind beide Energien unterschiedlich?

2.2 Drehpendel

2.2.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße D_r



Bestimmen Sie mit einem 1N-Kraftmesser, wie in der Skizze dargestellt, die Kräfte F , die erforderlich sind, um die Drehachse um $\varphi = 180^\circ$ aus der Gleichgewichtslage zu bringen. Führen

Sie diese Messung bei $r = 0.1, \dots 0.3m$ durch. Achten Sie auf die korrekte Nullage des Kraftmessers und verkannten Sie ihn bei der Messung nicht.

Auswertung:

1. Beschreiben Sie die Versuchsdurchführung.
2. Berechnen Sie aus den Ergebnissen den Mittelwert der Winkelrichtgröße D_r .

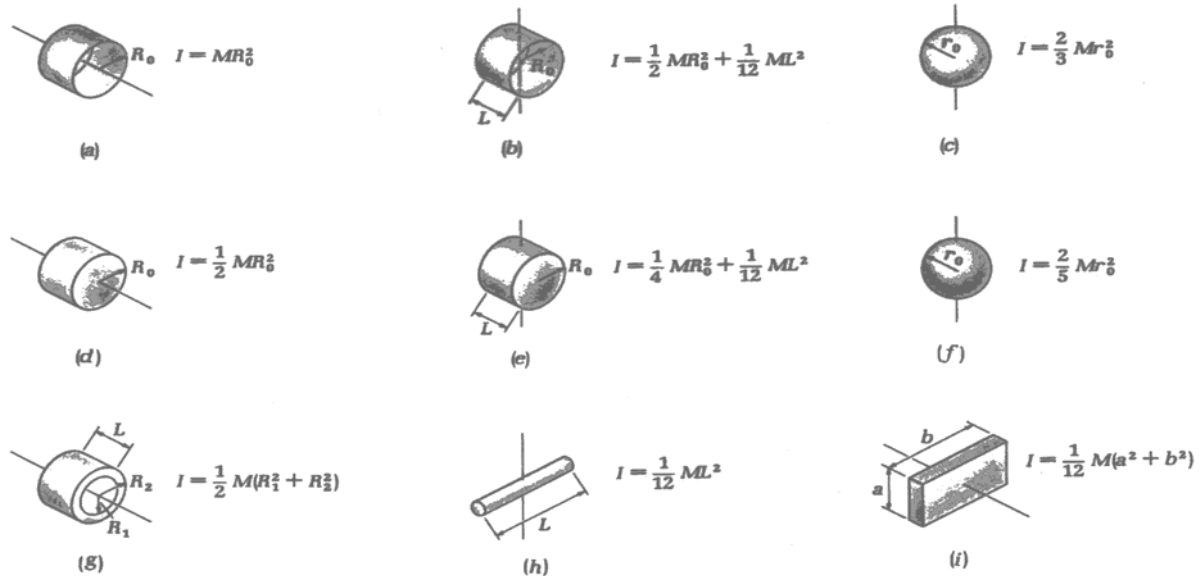
2.2.2 Trägheitsmomente

Bestimmen Sie die folgenden Trägheitsmomente aus der Schwingungszeit von 5 Perioden.

- Trägheitsmoment des Stabes ohne zusätzliche Massen.
 - Trägheitsmomente der symmetrisch angebrachten Massen für $r = 0.05m$ bis $r = 0.3m$ in Schritten von $\Delta r = 0.05m$.
 - Trägheitsmoment einer unsymmetrischen Massenverteilung. (Denken Sie sich eine aus.)
 - Trägheitsmoment von Hohlzylinder und Vollzylinder. Zur späteren Berechnung benötigen Sie auch das Trägheitsmoment des Aufnahmetellers.
-
- Bestimmen Sie das Gewicht des Stabes, der Zusatzmassen, des Hohlzylinders und des Vollzylinders. Messen Sie die Länge des Stabes und den Durchmesser der beiden Zylinder.

Auswertung:

1. Beschreiben Sie die Versuchsdurchführung.
2. Stellen Sie das Trägheitsmoment I der symmetrischen Massen in Abhängigkeit von r und r^2 graphisch dar und bestätigen Sie $I \approx r^2$.
3. Vergleichen Sie die gemessenen Trägheitsmomente mit den theoretisch zu erwartenden Werten vom Stab, den symmetrischen Massenverteilungen, dem Vollzylinder und dem Hohlzylinder.
4. Vergleichen Sie das gemessene Trägheitsmoment der unsymmetrischen Massenverteilung mit dem berechneten Wert (Steiner'scher Satz).



Die Bewegungsgleichung des rotierenden Körpers

Die Lage eines Körpers, der um eine fest mit ihm verbundene Achse drehbar ist, wird durch Angabe eines Drehwinkels φ gegen eine beliebige Anfangsachse beschrieben. Bei der Drehung um die Achse haben alle Punkte des Körpers dieselbe Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ und

dieselbe Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Bahnlänge s , Geschwindigkeit v und Beschleunigung a eines Körperpunktes sind von dessen Abstand von der Drehachse abhängig:

$$s = r \cdot \varphi \quad v = r \cdot \omega \quad a = r \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Zur Beschreibung einer Drehbewegung eines starren Körpers dient eine Differentialgleichung, die völlig analog der Newton'schen Differentialgleichung ist. An die Stelle der Begriffe Kraft, Masse und Beschleunigung treten nur die Begriffe Drehmoment, Trägheitsmoment und Winkelbeschleunigung. Die Gesetze der Translation lassen sich daher einfach in die Gesetze der Rotation überführen, was die folgende Tabelle veranschaulichen soll.

Translation		Rotation	
Ortskoordinate	x	Winkelkoordinate	φ
Geschwindigkeit	$v = \frac{dx}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
Masse	m	Trägheitsmoment	$I = \int_V r^2 dm = \int_V \rho \cdot r^2 dV$
Impuls	$p = m \cdot v$	Drehimpuls	$L = I \cdot \omega$

Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$	Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$
Kraft	$F = m \cdot a = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2}$	Drehmoment $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F}$	$D = I \cdot \alpha = I \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$
	$F = \frac{dp}{dt}$		$D = \frac{dL}{dt}$

Wenn die Drehbewegung unter dem Einfluß eines konstanten Drehmomentes erfolgt, so ergibt die Integration der Bewegungsgleichung $D = I \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ eine Lösung der Form

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{I} \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0$$

wo ω_0 die Anfangswinkelgeschwindigkeit und φ_0 die Anfangslage des Körpers bezeichnet. Beim Drehpendel nutzt man die Analogie zum elastischen Pendel aus. Wenn man berücksichtigt, daß auf einen Körper bei Auslenkung aus seiner Ruhelage eine Kraft wirksam wird, die proportional zu dieser Auslenkung ist, also $F = -D \cdot x$, so ergibt sich eine harmonische Schwingung mit der Periodendauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Ersetzt man nun die Masse m durch das Trägheitsmoment I und die Federkonstante D durch die Winkelrichtgröße D_r , so erhält man die Schwingungsdauer eines Drehpendel, mit deren Hilfe man relativ einfach Trägheitsmomente bestimmen kann.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D_r}}$$

Die Winkelrichtgröße ist hierbei der Quotient aus dem Drehmoment D und dem daraus resultierenden Drehwinkel φ .

$$D_r = \frac{D}{\varphi}$$

Die Trägheitsmomente I der Versuchskörper lassen sich nicht unmittelbar experimentell, sondern durch Differenzbildung bestimmen. Im folgenden bezeichnet VZ den Vollzylinder, HZ den Hohlzylinder und T den Aufnahmeteller. Dann gilt

- $I(VZ) = I(VZ + T) - I(T)$
- $I(HZ) = I(HZ + T) - I(T)$
- $I(Massen) = I(Stab + Massen) - I(Stab)$

Steiner'scher Satz:

Für das Trägheitsmoment I eines Körpers der Masse m , dessen Rotationsachse um den Abstand a von der Schwerpunktachse verschoben ist, gilt

$$I = I_0 + m \cdot a^2$$

wobei I_0 das Trägheitsmoment im symmetrischen Fall bezeichnet.